INSTITUTIONES PHILOSOPHICÆ

AD STUDIA THEOLOGICA POTISSIMUM ACCOMMODATÆ,

AUCTORE

FR.co JACQUIER

EX MINIMORUM FAMILIA

Primariarum per Europam Academiarum Socio, in Lyceo Romano, & in Collegio Urbano de propaganda fide Professore.

PHYSICÆ PARS I.

VENETIIS, MDCCLXXXV.
APUD SIMONEM OCCHI.
Superiorum Permissu, ac Privilegio.

AUCTOR LECTORI.

AD eam tandem pervenimus Philosophiæ partem, quæ *Physica* seu *Scientia naturæ* appellatur, præstantissimam sane disciplinam. De hoc præclarissimo studio duas invenio omnino quidem injustas hominum opiniones. Alii huic studio unice addicti, totique, ut ita dicam, mancipati, de aliis disciplinis haud supra vulgus sapiunt, hanc solam, quam profitentur & amant scientiam, summopere prædicant, cunctaque præterea doctrinæ genera fastidiose contemnunt. Alii physices studium tamquam incertum & inutile arrogantius & temere traducunt, imo velut prophanum proscribunt & *Ecclesiasticis* viris vix concedendum. Primam opinionem, quæ quidem error est perniciosissimus, necesse non est ut fusius refellam. Et certe nemo nescit ad tria capita generatim revocari omnes, quantum patent, humanas cognitiones; Dei enim & animæ nostræ contemplatione, atque corporum, sive naturæ observatione studia omnia nostra continentur. Quod Dei contemplationem spectat, sacram scilicet Theologiam, ecquis æquus rerum æstimator divinam hanc scientiam, scientiarum omnium reginam & magistram, cæteris

omnibus disciplinis infinita laude non anteponet? Ecquis etiam nisi perditissimus homo in cœlum non feret sanctiorem illam disciplinam, quæ circa nosmetipsos versatur, quæ de moribus agit, quæ certiori castiorique doctrina præclaris virtutibus animum excolit, atque ad honestatis, ad officii, ad Religionis amorem traducit?

Hæc quidem duo sunt divina omnino & omnium longe utilissima studia, quibus ad purissimum omnis veritatis scientiarumque omnium fontem D. O. M. & rerum majestate & morum sanctitate propius accedere docemur, quoad humani generis patitur imbecillitas.

Nec tamen sua dignitate & utilitate defraudari debet vera & solida Physicæ ratio, in qua non infinitæ de voculis atque nugis controversiæ disceptantur, sed, ut paucis multa complectar, quæ cœlo, terra, marique geri atque administrari videmus, quantum pro ingenii nostri mediocritate licet, explicantur. Neque hæc nuda & simplici mentis contemplatione aut conjecturis innixa, sed accurata ratione & captis sæpius experimentis demonstrata. Fructuosissimam esse accuratiorem hanc naturæ considerationen, eamque ad omnipotentis ac perfectissimi Auctoris cognitionem nos evehere, & ad divinas laudes excitare si quis negaverit;

is

is statim ex S. Scripturæ auctoritate refelletur, atque hanc Isaiæ reprehensionem audire merebitur, cap. v. vers. 12. *Opus Domini non respicitis, nec opera manuum ejus consideratis*. Verum qui in contemplandis divinis operibus nullum tempus, nullam attentionem collocat, is sane physicæ pretium omnino ignorat, divinorumque operum gloriam & majestatem obscurius intuetur; atque ea de causa fit ut aliqui rerum physicarum nihil aut parum studiosi alias quidem Philosophiæ partes commendent, physicam autem aspernentur, in quo quidem non mediocriter peccare videntur. Quam autem sinistra sit & temere concepta hæc opinio ex ipsa rerum explicandarum serie melius quam sermone ullo licebit intelligere; interim tamen singula harum Institutionum capita percurrere & doctrinæ utilitatem breviter & digito, ut ita dicam, commonstrare non abs re erit.

Ab *extensione* & *impenetrabilitate* Physices generalis initium facere solent plerique hujus disciplinæ magistri. Ego autem ab hac vulgari consuetudine aliquantulum deflectens, universales corporum vires, seu potius effectus primum explicabo, & vocabulorum quibus nulla vis, nulla notio persæpe subjecta est, ambiguitatem omnem clara nitidaque definitione amoveri curabo diligenter. Itaque

vim *inertiæ*, vires *centripetas* & *centrifugas*, *gravitatem*, & *attractionem* accurate considerabo, utilissimum sane argumentum quo cuncta prorsus naturæ effecta continentur. Hinc doctrinæ ordo postulat ut effectus ipsos inde oriundos, æquilibrii scilicet, variorumque motuum leges contemplemur. Ex his tandem veluti gradibus deducimur ad universales corporum proprietates, quæ physicæ generalis meta sunt ac terminus. Maxima sane voluptate afficienter adolescentum animi, quum tot admiranda acutissimorum hominum inventa cognoscent, quibus Physica maximum cæpit incrementum, & quamplurima ad usus vitæ excogitata. Hæc autem tot tantaque commoda fusius declarare supervacaneum est; singulis enim capitibus sua adjungitur appendix, in qua uno veluti intuitu observare licebit non quidem utilitates omnes, sunt enim innumerabiles, sed aliquas tantum, atque etiam in rebus Theologicis, quem quidem usum vix suspicantur aliqui. Hanc vero tradendæ Physicæ rationem nemo, ut puto, improbabit; cum præclarissimi studii amorem studiosæ juventuti instillare possit, quantum unicuique pro vivendi instituto & ratione licet; sua enim sunt diversis vitæ conditionibus officia, quibus deesse nefas.

Universalibus corporum proprietatibus in

in Physica generali explicatis, jam progrediendum est ad Physicam *particularem*, in qua varia specierum individua observantur, variæque species considerantur. Latissime quidem patet Physicæ particularis amplitudo, naturamque omnem amplectitur; sed tot tantaque scire datum non est mortalibus, in tam immensa rerum varietate Physicis pauca, ut ita dicam, delibare licet. A corporum *fluiditate* Physices particularis sumam exordium; corporum fluidorum *pressionem*, *motum*, *resistentiam* explicabo. Ad fluida *elastica* deinde progressum faciam, *aerisque* proprietates considerabo. Jam rectus docendi ordo exigere videtur ut *luminis* doctrinam variasque affectiones statim subjungam. Ex his autem ad corpora *cælestia* assurgam, doctrinamque astronomicam & varias illius partes sedulo explanare conabor; neque prætermittam quæ cum astronomia necessario vinculo conjuncta sunt *Chronologiæ* & *Kalendarii* elementa, variasque *Cyclorum* & *Periodorum* rationes accurate demonstrabo. Ita autem tellus nostra cum cælo colligata est, ut de *Geographia* sine Astronomiæ subsidio vix quidquam statui possit; itaque ex Astronomia ad Geographiam, &, ut ita dicam, e cœlo in terram pedem referam. Igitur cum Astronomia stricte connecti debent Chronologia & Geographia, quas

Astronomiæ *filias* merito appellant aliqui. Explicata Geographia, suadet ipsa rerum naturæque series, ut corpora illa, quæ in telluris superficie oculis nostris obversantur, primum consideremus; deinde vero ad ea quæ in terræ gremio latent, descendamus. Quare de *animalibus*, *arboribus*, *plantis*, *metallis*, *fossilibus*, aliisque id genus plurimis distincte sermo habebitur. Tandem quia ex ipsis terræ visceribus perpetuo avolant plurima, magna quidem varietate, effluvia, quæ in aerem sublata, varias constituunt phœnomenon species; ea denique contemplabimur quæ in aeris regione aguntur, *imbres*, scilicet, *grandinem*, *nivem*, *ventum*, *tonitru*, aliaque *meteora*, & Physicæ particulari, Deo juvante, finem imponemus. Singulorum capitum utilitatem suo loco opportune adjungemus, ut factum est in Physica generali; interea tamen, ut alia plurima ommittam hujus doctrinæ emolumenta, quæ omnibus obvia sunt, unum hic attingere satis erit, quod nostris auditoribus Theologiæ studiosis maxime convenit. Astronomiæ & Chronologiæ doctrinam cum historia sacra & prophana consociandam esse, si quis in dubium vocaverit, excellentes de his rebus evolvat libros; suam in gravissimis etiam magnique momenti controversiis imperitiam, si ingenuus fuerit, fateri

non

non dubitabit. Cæterum ex iis, quæ hactenus breviter attigi satis intelligitur, quos mihi lectores velim; eos scilicet Arithmeticæ & Geometriæ elementis probe imbutos esse oportet. Ut autem præ manibus ea omnia habeant, quæ ad nostras Institutiones sunt necessaria, Arithmeticam & Geometriam tali studio adornavi, ut nihil nimis & nihil minus quam necesse sit contineant. Unum aliud a studiosis adolescentibus maxime exoptarem, ut Arithmeticam, & Geometriam, Logicæ etiam studio præmitterent; etenim Arithmeticæ & Geometriæ principia, ob firmam & perpetuam veritatis possessionem, aptissima sunt ad mentis aciem expoliendam, Logicam naturalem perficiendam, rectamque methodum conciliandam.

Nec me reprehendat aliquis, quod hac nostra ætate, his cultioris sublimiorisque physices temporibus, minus difficiles Institutiones tradere & proponere audeam. De me quidem modeste, ut par est, sentio, non tamen nimis demisse, quod quidem fictæ & affectatæ, quam abhorreo, foret humilitatis. At in reconditiori physica me omnino peregrinum & hospitem non esse, demonstratum confido & iis, quæ jam edidi operibus; & aliis quæ apud me premo possem confirmare. Verum doctos quidem se probant

illi physicæ magistri, qui intricatissima physices *Theoremata* Tyronibus explicare laborant; mea tamen sententia, rem faciunt non valde utilem, præsertim si frequentior sit auditorum numerus, & adolescentum mentes doctrinæ difficultate magis obruere, quam erudire videntur.

Sed quidquid sit de nostrarum Institutionum successu, meam saltem propensissimam voluntatem benigne excipiant studiosi adolescentes, quorum utilitati hunc meum qualemcumque laborem sincere & ex animo consecravi. Porro ab iis hunc unum, solumque expetendum vehementer exopto operæ meæ fructum, ut nempe utilissimum studium alacriter suscipiant, non quidem ad gloriam & doctrinæ ostentationem, sed ad tuendam insinuandamque Religionem. Neque tamen respuenda est doctrinæ fama, dummodo inde absit gloriæ, honorum, & lucri cupiditas. Persæpe enim feliciter contingit ut vulgaris etiam nec admodum sublimis rerum physicarum cognitio apud gentes minus cultas, nominis splendorem atque auctoritatem conciliet. Hac fortunatissima oblata occasione utendum est, & de religione sermones miscendi: hæ quidem honestæ sunt & omnino licitæ artes; sed tamen præcedat morum vitæque exemplar, atque enixe imploretur divinæ Gratiæ auxilium; nam, ut ait S. August.

in

in epistola ad Sixtum : *Restat ut ipsam fidem, unde omnis justitia sumit initium, non humano tribuamus arbitrio, nec ullis præcedentibus meritis . . . . sed gratuitum Dei donum esse fateamur.*

Antequam ex hoc sermone ad Physicam transitum faciam, monendum superest, pro majori commoditate, modo telluris motum, modo quietem a me adhiberi. Cæterum me obedire profiteor S. Rom. Eccl., quæ sapientissime omnino prohibuit ne hypothesis Copernicana tanquam *Thesis* & velut propositio demonstrata propugnaretur.

REIMPRIMATUR,

Si videbitur Reverendiss. Patri Magistro Sac. Palatii Apostolici.

F. A. Marcucci Episc. Montis-Alti Vicesg.

APPROBATIO.

Reverendissimo Patri Thomæ Augustino Ricchinio Ordinis Prædicatorum, Sacri Palatii Apostolici Magistro satisfacturus legi uti studiose, sic etiam libenter egregium Opus, cujus hæc est inscriptio: *Institutiones Physicæ &c.* In eo autem nihil me testor deprehendisse, quod christianæ, orthodoxæque Religionis decretis, rectæque morum institutioni minus esse consonum videretur. Imo vero si non omnia ordine, accurate, graviter, dilucide denique, quod & Auctori peculiare, in eo tradita me vidisse dicerem, certe mentirer. Id Opus igitur, quod cum ob seriem rerum, quas continet, universam, tum maxime ob corollaria, quæ in extremo quoque capite leguntur, non studiosis adolescentibus modo, sed etiam eorum Magistris utile in primis prospicio futurum, dignum esse ajo, quod in lucem quamprimum prodeat.

Dabam ex Monasterio Sanctæ Mariæ Novæ de Urbe D. ALOYSIUS STAMPA *Abbas Olivetanus, promovendorum ad Episcopatum Examinator, & in Collegio de Propaganda Fide Studiorum Præfectus.*

REIMPRIMATUR,

Fr. Th. Aug. Ricchinius Ord. Prædic. Sac. Palatii Apost. Magister.

IN-

INSTITUTIONES PHYSICÆ.

IN UNIVERSAM PHYSICAM

PROŒMIUM.

CAPUT PRIMUM.

De natura & divisione physices.

I. PHysica dicitur illa philosophiæ pars, quæ corporis naturalis proprietates expendit. In hac autem definitione probe notari debent verba *corporis naturalis*, quæ quidem apposite omnino addita fuere, ut quæstiones plurimæ, quæ in sacra Theologia opportunius tractantur, ad hanc divinam scientiam referantur. Itaque quidquid in corporibus præter consuetum naturæ ordinem & per miraculum contingit, Physicorum contemplationi & disputationi subjacere non debet. Hinc physica definiri etiam solet *philosophia naturalis*, vel *scientia naturæ*.

II. Duplicis generis proprietates in corporibus generatim distinguuntur. Aliæ sunt proprietates omnibus corporibus communes,

quæ

quæ nempe deprehenduntur in omnibus corporibus, quæ nostris experimentis vel observationibus subjici possunt, atque ideo proprietates illæ dicuntur *universales*: aliæ autem proprietates in certis duntaxat corporum speciebus observantur. Rursus autem proprietates universales vel eædem in corporibus perpetuo manent, vel per gradus crescunt atque decrescunt, hoc est, ut loquuntur Scholastici, *Suscipiunt magis vel minus*. Ad primam proprietatum universalium classem pertinent *extensio*, *impenetrabilitas*, *vis inertiæ*, *mobilitas*, *quietis & figuræ possibilitas*, sive, ut vulgo dicitur, *quiescibilitas*, *& figurabilitas*. Ad secundam classem referuntur, *vis gravitatis*, *& vis attractionis*; has enim vires juxta certam legem decrescere demonstrabimus. Quod spectat proprietates speciales, eas scilicet quæ certis duntaxat corporibus conveniunt, has enumerare non licet; tot enim sunt, quot diversæ Corporum species. Ad proprietatum illarum ordinem pertinent *fluiditas*, *elasticitas*, *pelluciditas* &c. Has autem proprietates sive universales, sive particulares hic nominasse satis sit, eas deinde suis locis definire conveniencius erit. Hic autem cavendum est, ne proprietates universales cum essentialibus confundantur; fieri enim potest ut in corporibus certas perpetuo observemus qualitates, quæ tamen ad ipsam corporum essentiam non pertineant. Itaque monendi sunt studiosi adolescentes ut corporum proprietates illorumque effectus accurate contemplentur, quæstiones autem scholasticas quæ de proprietatibus essentialibus agitari

solent

solent non multum curent, ex his enim nihil vel parum utilitatis sperandum est; hujus moniti rationem explicavimus in Logica.

III. Pro duplici proprietatum genere duplex est physicæ pars. Alia est physica *generalis*, quæ universales corporum proprietates considerat, alia autem est physica *particularis*, quæ certas duntaxat corporum species expendit. Ex hac divisione patet amplissimum esse physicæ campum & ad omnes fere scientias naturales extendi. Quia vero tam multa scire datum non est mortalibus, pro temporis brevitate & humani ingenii limitatione, vastissimum illud argumentum intra justos limites coercere solent cultiores physici. Itaque in physica generali explicabimus universales corporum proprietates; deinde ad physicam particularem gradum facientes eas primum considerabimus præcipuas corporum species, quæ per experimenta nobis innotescunt, & tandem ad remotiora corpora assurgemus, quæ observationibus quidem, non autem experimentis subjici possunt. Sed hæc generatim dicta sint de physices divisione; singula enim hujus divisionis capita suo ordine deinde rursus dividemus & explicabimus.

IV. Physica sive generalis sive particularis vel est *experimentalis* vel *theoretica*. Physica experimentalis ea est, quæ corporum proprietates & effectus, experimentorum atque observationum ope ostendit. Physica autem theoretica ea dicitur, quæ non solum experimenta & observationes adhibet, sed iis etiam ad inveniendos vel explican-

dos

dos naturæ effectus ratiocinando utitur. Probe autem distingui debent observationes & experimenta; si nempe quidpiam attentius speculamur, quod natura nulla vi artis coacta demonstrat, ille speculandi actus non *experimentum* sed *observatio* appellatur; contra autem physicum experimentum est tentamen, quo artificis industria atque opera exploratur & ob oculos ponitur aliqua naturæ actio quæ antea latebat & lateret postea, nisi eadem a natura velut invita per artem exprimeretur: E. G. Cœlum obducitur nubibus, nulla nostra opera interveniente. Si ergo nubes præsentes attente intuemur, cælum nubibus obductum *observare* dicimur; at si ope antliæpneumaticæ ex globo metallico cavo aer educitur, ut deinde globus ad stateram appensus examinetur, *experimentum* facere dicimur. Quia vero *phœnomenum* appellatur id omne quod sensibus conspicuum est; patet experimentis & observationibus commune esse phœnomeni nomen.

V. Ex his intelligitur quid inter physicam pure experimentalem & physicam theoreticam intercedat: experimentum *ratio* non est sed *factum*, & vi experientiæ tantummodo cognoscitur effectum aliquem ita se habere; at per physicam theoreticam non solum effectus causa explicatur, sed etiam veritates universales colliguntur, & in re aliqua data in quolibet simili casu conclusiones statuuntur. Itaque physica experimentalis est physica *factorum*, physica autem theoretica est *factorum* explicatio. Hinc ut sua laus unicuique juste tribuatur, phy-

physica mere experimentalis commendari quidem debet, sed manus magis quam ingenii dexteritatem postulat, atque optandum maxime foret ut qui manuum industria pollent, solam experientiam tractarent: alii vero qui meliori nobiliorique sagacitate, ingenii scilicet, præditi sunt, partem theoreticam sibi assumerent; & ita conjunctis viribus ad physices progressum conferrent.

VI. Quamvis physica theoretica in effectibus explicandis occupata sit, cavere tamen maxime debent Physici ne effectuum causas temerario proferant; igitur ut totus physices scopus intelligatur, quid *causa physica* vocabulo significari velim clare exponam.. Deus est prima & unica rerum omnium causa; verum antequam ad primam alicujus effectus causam perveniamus, plurimæ aliquando percurrendæ sunt intermediæ causæ; ita ut effectus alicujus causa non tam causa dici debeat, quam effectus alius qui suam quoque habet causam, donec tandem perveniamus ad effectum qui nullam agnoscat causam præter Deum, vel ipsam corporum naturam; rem exemplo illustrabimus. Gravium descendentium legem accurate demonstrant physici; hujus descensus causa est *gravitas*, quam velut effectum ex alia causa oriundum considerant plurimi physici. Itaque licet corporum descensus proxima causa nota sit, gravitas nempe, ignota tamen est causa remota, sive causa gravitatis; quare ut plurimum sistendum est in causis proximis, nec remotiores causæ afferri debent, nisi fuerint perspicue

ſpicue cognitæ; inde autem fit ut in rebus phyſicis multa confuſio perſæpe oriatur. Quæ cum ita ſint, jam evidens eſt in phyſica theoretica confidenter oſtentandas non eſſe cauſas ultimas, ſed ſatis eſſe proximas, vel remotas quæ clare innoteſcere poſſunt; & quidem ulterior cognitio exiguæ admodum eſſet utilitatis. Si enim deſcenſus leges demonſtraverit phyſicus, ſi effectus gravitatis æſtimare & ad calculum revocare noverit, eadem in humanam ſocietatem redundat utilitas, etiam ſi gravitatis cauſa nos lateat. Itaque probe tenendum eſt eum eſſe debere melioris phyſicæ ſcopum, ut nempe varii effectus probe obſerventur, accurate æſtimentur, & ad noſtram utilitatem transferantur. Ut autem hunc ſcopum pro mea tenuitate attingam, ſingulis phyſices capitibus in varios articulos juxta methodi regulas opportune dividendis appendicem adjungam de uniuſcujuſque capitis utilitate, vel in artibus vel in aliis etiam diſciplinis.

CAPUT II.

De regulis philoſophandi.

QUatuor primariis regulis comprehendi solet univerſa philoſophandi ratio, quas quidem regulas utpote in rebus phyſicis utiliſſimas fuſius explicabimus.

RE-

REGULA PRIMA.

Effectuum naturalium causa non plures sunt admittendæ quam quæ & vera sunt, & effectibus explicandis sufficiunt.

HÆC regula multas complectitur partes seorsim declarandas; & 1 quidem oportet causam esse veram, ideoque excludi debent non solum causæ commentitiæ, quas existere repugnat, sed etiam causæ mere possibiles; itaque satis non est ut causa aliqua possit existere, sed etiam oportet ut revera existat. Licet igitur philosophicarum hypotheseon absurditatem & repugnantiam demonstrare non possimus, si tamen nulla ratiocinatione, nullis experimentis aut observationibus probari possint, eas e physicæ finibus longe exulare jubemus. Cæterum hanc primam regulæ partem ex aliis sequentibus regulis clarius licebit intelligere. 2 Oportet ut causa sufficiat, hoc est, singulis effectus explicandi partibus & circumstantiis debet satisfacere; alioquin tota non haberetur effectus causa. 3 Tandem non plures admittendæ sunt causæ quam quæ satis sunt: etenim receptum est in omnibus disciplinis principium: *Entia non sine necessitate esse multiplicanda, nec fieri debere per plura quod potest fieri per pauciora.* Cæterum evidens est huic regulæ præmittendam esse certissimam effectus cognitionem, nec aggrediendam esse, quod tamen persæpe fit, effectus alicujus explicationem, nisi effectum ipsum existere certo constiterit.

RE-

REGULA SECUNDA.

Effectuum naturalium ejusdem generis eadem sunt causæ.

HÆC secunda regula quæ *analogia naturæ* solet appellari ex prima facile derivatur. Etenim per primam regulam, natura simplex est & sibi semper consona, neque superfluis causis redundat. Porro effectus ejusdem generis sive omnino similes, diversis causis tribui naturæ simplicitate omnino repugnat. Ita gravium descensus in Europa & America eidem causæ tribuendus est. Pari ratione cum in omnibus hominibus eadem respirationis instrumenta demonstrent observationes anatomicæ, eandem esse in singulis respirandi causam merito concludimus. Nulli exceptioni obnoxia esse potest hæc regula: quod autem incautos philosophos in errorum aliquando inducat, id fit ex ipsius regulæ abusu; præcipiti nempe judicio persæpe credimus similes esse effectus, qui tamen sunt inter se diversissimi. E. G. Venti præseferunt analogiam quamdam, ventosque singulos tanquam effectus ejusdem generis facile sibi persuaderet, qui singulas circumstantias variasque conditiones accurate non consideraret. Cavendum ergo est diligenter ne ex characteribus mere externis de perfecta effectuum similitudine audacter pronuntiemus. Ita plantæ quædam lethales externam plantarum salubrium speciem imitantur, sed principio quodam interno & non facile conspi-

cuo

cuo inter se maxime differunt. Sæpe etiam miramur improvisum alicujus causæ effectum alium plane diversissimum expectantes. Hæc autem effectuum diversitas procul dubio tribui debet causarum varietati & subtilissimæ conditioni nobis imperviæ. Itaque id summopere curandum est, ut nempe certo compertas habeamus omnes effectuum partes, conditionesque singulas; si autem eo pervenire liceat, jam regula extra omnem dubitationem posita est. Immerito igitur hujus regulæ vim enervare conantur aliqui philosophi. Re quidem vera si de effectuum perfecta similitudine vel minimum supersit dubium, errori obnoxia esse potest analogiæ regula, atque in hoc casu certissima veritatis norma haberi non debet. Quamvis autem analogia demonstrationis vim non semper obtineat, attamen tantam conciliat probabilitatem, ut non solum in rebus physicis, sed etiam in tota fere vivendi agendique ratione sine stultitia rejici non possit; ita si domus hodie stet firmissima, crastina die sine ullo timore eamdem domum ingredi possum, si nullum apparet ruinæ indicium, quamvis tamen fieri possit ut ob causam aliquam latentem præceps ruat ædificium. Huic regulæ innituntur pleræque hominum actiones; etenim actiones suas secundum experientiam moderantur sapientes homines, in gravissimis negotiis experientia magistra utuntur, & quid agendum sit in casu singulari judicant ex eo quod factum fuit in alio casu præterito, cui præsens similis est vel apparet. Manifestum autem est hanc agendi rationem nihil aliud esse nisi perpetuum hujus regulæ usum.

RE-

REGULA TERTIA.

Qualitates quæ in omnibus corporibus, in quibus experimenta sumere licet, sine ullo earumdem qualitatum incremento vel decremento observantur, pro universalibus corporum qualitatibus haberi debent.

HÆC regula, qua universa physica tanquam fundamento innititur, ex analogia naturæ evidens est; at non sine maxima diligentia adhiberi debet. Et 1 quidem satis non est experimenta in paucis corporibus haberi, sed in maximo corporum numero institui debent. Præterea etiam requiritur ut qualitates illæ incerta lege non augeantur neque minuantur; qua enim ratione decrescerent, possent quoque minui in infinitum atque tandem omnino evanescere. At si qualitates certa lege crescant & decrescant, quales sunt gravitas & attractio, jam qualitates illæ in omnibus corporibus observatæ pro universalibus corporum qualitatibus haberi debent, certis tamen gradibus crescentes & decrescentes. Hinc patet quodnam sit discrimen inter qualitates quæ sine ulla lege augentur atque minuuntur, & qualitates alias quæ certa lege crescunt atque decrescunt. E. G. Calor incertis gradibus crescit atque decrescit, verum gravitas & attractio certam servant distantiarum legem, quam deinde considerabimus ..... 2 Inter proprietates universales, aliæ distinguendæ sunt quæ non solum per experimenta in-

note-

notefcunt, fed etiam ex ipfa corporis notione colliguntur; aliæ autem per fenfus tantum atque experimenta acquiruntur. Quod fpectat primi generis qualitates, evidens eft illas competere fingulis corporibus, iis etiam quæ fenfuum poteftatem & vim omnem fugiunt. Quod autem attinet qualitates alias per fenfus tantum acquifitas, haud pari jure ad corpora quælibet transferri poffunt; quod quidem monitum volui ut altercationes omnes philofophicas effugerem; in noftris enim Inftitutionibus phyficis nihil affirmare volo, nifi quod omnino negari non poteft ab iis qui rem probe tenent atque intelligunt. Ita cum non defint philofophi, qui fimpliciffima admittunt materiæ puncta, indivifibilia, inextenfa, quæ omni carent figura; licet qualitates illas in omnibus obfervemus corporibus, quæ fub fenfus cadere poffunt, minus tamen accurate eafdem proprietates transferre liceret ad puncta materiæ, quæ fenfuum noftrorum limites excedunt; nifi aliunde qualitates illæ ex ipfa corporis notione colligantur metaphyficifque argumentis comprobentur. Sed hac de re fufius differere ad præfentem locum non pertinet; interim monere fatis fit præfentem regulam eo quem dixi modo explicatam in dubium vocari non poffe; qua enim ratione affirmamus extenfa, gravia &c. effe corpora, quæ in terræ gremio alte delitefcunt, noftrifque experimentis fubjici non poffunt nifi vi hujus regulæ? Et certe non fine fumma infipientia aliquis negaret univerfales corporum proprietates, nifi eas in cor-

corporibus singulis manibus tractasset, suisque experimentis comprobasset.

REGULA QUARTA.

In philosophia experimentali propositiones ex phœnomenis per inductionem collecta, non obstantibus contrariis hypothesibus, pro veris aut accurate, aut quamproxime haberi debent, donec alia occurrant phœnomena, per qua aut accurationes reddantur, aut exceptionibus obnoxia.

HAC ultima philosophandi regula statuitur hypothesibus quibuscunque ante ponendas esse propositiones ex observationibus & experimentis collectas. Et quidem cum hypotheses mera sint ingenii figmenta, evidens est propositiones; quæ aliqua observationum vel experimentorum auctoritate nituntur præferendas esse puris hypothesibus; quæ nullam habent nisi ipsius ingenii fingentis auctoritatem. Ex hac ratiocinatione manifestum etiam est inductionibus, quæ ex phœnomenis derivantur, justam probabilitatem tribuendam esse; eo scilicet accuratior censeri debet inductio, quo plura sunt phœnomena quibus satisfacit; si consentiat cum plurimis, habenda est quamproxime vera; si cum omnibus, vera est accurate; si autem contraria occurrant phœnomena, restringi debet inductionis veritas. Ad hanc regulam referuntur ea omnia, quæ de opinionum probabilitate & hypotheseon usu explicavimus in Logica; quare non est quod hujus regulæ explicationi diutius immoremur.

PARS

PARS PRIMA
PHYSICES
SEU
PHYSICA GENERALIS.

SECTIO PRIMA.

De universalibus corporum viribus.

AB extensione & impenetrabilitate physices initium sumere solent plerique philosophi. At cum virium doctrina ad universales alias corporum proprietates detegendas atque explicandas breviorem tutioremque viam aperire videatur, a vulgari physicæ tradendæ methodo mihi deflectendum esse existimavi. Hic autem de viribus rursus monendum est quod de causis jam diximus; nempe *vis* nomine nihil aliud intelligimus nisi effectum aliquem dato aliquo tempore productum; nec leviter quidem attingere volumus inanissimas quæstiones de virium natura, an sint *entitates* aliquæ corporibus inhærentes, an quodlibet aliud. Itaque ne profligatas veterum Scholasticorum qualitates occultas in scenam revocare videamur, hæc definitio nominis probe tenenda est. Et quidem unusquisque facile experitur sibi nullam esse virium no-

tionem, nisi effectum aliquem sibi repræsentet. Porro quamvis hæc sectio de corporum viribus inscribatur, sæpe tamen, data occasione, per alias corporum proprietates excurremus, si nempe rerum perspicuitas & doctrinæ ordo id postulaverint.

CAPUT PRIMUM.

De vi inertiæ plurimisque inde colligendis physices principiis.

ARTICULUS I.

De vera notione & existentia vis inertiæ.

I. VIS *inertiæ* dicitur illa proprietas, qua corpora statum suum vel motus vel quietis perpetuo tueri conantur. Hujus definitionis partes singulas explicabimus. Non solum corpora statum suum quietis perpetuo servant, seclusis viribus quibuslibet impressis, quod quidem a nemine in dubium vocatur; sed etiam seclusis omnibus impedimentis, statum motus perpetuo retinent, hoc est, si corpus moveatur, moveri perget in infinitum eadem semper velocitate & in linea recta, nisi causa aliqua corporis directionem & velocitatem turbaverit. Vim illam in corporibus non sentimus, nisi illorum statum mutare conemur; ille autem conatus ad mutandum corporis alicujus statum dicitur *actio*; at conatus quo corpus aliquod status mutationi resistit, vocatur *resistentia* vel *reactio*. Itaque vim inertiæ tanquam mere *passivam* habere possunt physici,

sici, qui vis passivæ nomine eam vim intelligunt, quæ ex se nullum exerit effectum nisi a vi alia excitetur; sed res est levioris momenti & de nomine minime litigandum est. At vis inertiæ confundi non debet cum vulgatissimo Scholasticorum principio de *indifferentia materiæ ad motum & quietem*; hoc enim principio nihil aliud intelligendum videtur nisi ad essentiam materiæ non pertinere ut perpetuo moveatur, vel perpetuo quiescat; at inde nullatenus colligitur in motu vel quiete perpetuo manere corpus, quod movetur vel quiescit, seclusis omnibus impedimentis.

II. Ut tota hæc doctrina in bono lumine collocetur, pauca de motu præmittenda sunt, fusius deinde explicanda. Quamvis ita clara sit ac perspicua motus notio ut nulla definitione indigeat, a physicis tamen definiri solet motus *continua & successiva loci mutatio*. Hic autem locum generatim consideramus & abstrahimus a loco *absoluto* vel *relativo*, ac proinde etiam a motu *absoluto* vel *relativo*. Velocitas dicitur illa corporis affectio, qua datum aliquod spatium dato tempore percurrit. Rursus velocitas dicitur *uniformis* sive *æquabilis*, si æqualibus temporibus æqualia spatia describantur; secus autem *variabilis* appellatur. Inde autem plurima fluunt consectaria, quæ quidem sunt per se manifesta. Si velocitas uniformis fuerit duplo vel triplo major &c. erit spatium eodem tempore descriptum duplo vel triplo majus &c. ac proinde velocitates sunt directe ut spatia. Contra autem si maneat idem spatium, existente ve-

locitate duplo vel triplo majori &c. erit tempus duplo vel triplo minus &c. ideoque *velocitates sunt reciproce, ut tempora*. Quare generatim si spatium dicatur S, velocitas V, tempus T, erit $V = \frac{S}{T}$ & $TV = S$, hoc est: *Spatia sunt in ratione composita velocitatum & temporum*.

His autem præmissis facile intelligitur quid sit *quantitas motus*. Si corpus aliquod moveatur, singulas ejusdem corporis particulas eadem velocitate moveri necessum est; si enim aliæ irent tardius, aliæ velocius, jam solveretur partium nexus, nec corpus maneret continuum, quod est contra hypothesim. Porro quantitas motus nihil aliud est, quam aggregatum seu summa omnium velocitatum; quare evidens est quantitatem motus esse productum ex numero partium, sive ex quantitate materiæ in velocitatem. Si igitur duorum corporum velocitates dicantur V, v, quantitates materiæ Q, q, spatia iisdem temporibus percursa S, s, quantitates motus A, a, erit $A : a = QV : qv = QS : qs$; sunt enim velocitates ut spatia iisdem temporibus descripta. Jam si quantitates motus ponantur æquales, erit $QV = qv$, & $QS = qs$, ideoque $Q : q = v : V = s : S$, hoc est: *Quantitates materiæ sunt in ratione reciproca velocitatum aut spatiorum*. Quantitas materiæ appellari etiam solet *massa*, & quantitas motus dicitur etiam *vis motrix*; at si nulla habeatur ratio quantitatis materiæ, solaque consideretur velocitas aucta vel retardata, tunc

tunc vis illa appellatur vis *acceleratrix* in primo casu, in altero autem *retardatrix*. His præmissis sit

CONCLUSIO.

Demonstratur vis inertiæ.

I. Vim inertiæ demonstrat experientia: Et quidem quod spectat corpora quiescentia, ea in quiete perpetuo manere observamus, nisi vi aliqua ad motum concitentur. Si autem aliquando ignota vi corpus moveri contingat, id tamen non sine latente vi aliqua fieri, ex analogia naturæ jure optimo concludere debemus: & revera existit motus causa, licet sensus nostros fugiat & nulla aliquando fortasse detur causa corporea, quod quidem probe notandum est. Etenim quamvis sine alio corpore impellente corpora non moveri ut plurimum observemus, analogiæ tamen lege abuteretur, qui corpora nulla sine alterius corporis impulsu unquam moveri pronuntiaret. Et certe si gravitatis causam attente quis meditatus fuerit, eam ab aliquo corpore repetendam esse non facile concedet, quinimmo in contrariam Newtonianorum opinionem propensior erit. Sed hac de re data opera deinde sermonem habebimus.

Quod spectat corpora ad motum semel concitata, ea in motu diutius perseverare observamus, quo magis de medio tolluntur impedimenta. Quare si ita removeri possint obstacula omnia, quæ sane sunt plurima, ut nullæ omnino sint vires retardatri-

ces, merito asserere possumus perpetuum futurum esse corporum motum. Pari ratione affirmare licet motum perpetuo futurum esse uniformem & rectilineum; diminutis enim impedimentis, ad uniformitatem & rectilineam directionem corpus magis tendere deprehenditur. Si globus aliquis eximie perpolitus in superficie plana probe lævigata incedat, in linea recta progredi videtur neque ad dexteram declinans, neque ad sinistram, donec tandem motus extinguatur asperitate plani aliisque impedimentis, quæ nulla vitari possunt hominum industria; at quo pauciora manent impedimenta, eo magis experimenta ad veritatem accedunt.

Doctrinam hanc variis exemplis illustrare non abs re erit. Corpus in navigii tabulato constitutum quiescit, manente navigii motu constanti & uniformi; porro si corpus tenderet ad quietem, ad ipsum gubernaculum corpus illud fugere deberet, quod quidem non minus mirandum videretur, quam si quiescente navi, idem corpus gubernaculum versus sponte recederet. Præterea si corpus directionem motus sponte mutare posset, in prædicto casu, navigii scilicet motu uniformi & rectilineo delati, corpus illud non quiesceret, quod est observationi contrarium. At si navigii motus subito sistatur, homines stantes in navi antrorsum præcipites ruent, quod facile experiri quisque potest stans in curru celerrime delato cujus motus statim sistitur, is enim in partem currus anteriorem sese raptum sentiet. Si vas aquæ plenum in tabu-

bula aliqua collocetur & vi satis magna impellatur, aqua in vase sub initio motus versus partes motui vasis contrarias tendere videbitur; non quod revera talis motus aquæ impressus sit, sed cum aqua in eodem quietis statu perseverare conetur, vas motum suum aquæ statim imprimere non potest, ac proinde aqua, ut ita dicam, a vase derelicta & revera quiescens, locum mutare videbitur. Tandem postquam vasis motus in aquam transiit, & aqua una cum vase uniformiter & eadem celeritate progredi cœperit, si vasis motus subito cohibeatur, aqua tamen in eodem motu perseverare conabitur & super vasis latera assurget. Huic causæ tribuendum est quod navi turbulento mari jactata in ipsa sedentes homines, doloribus, nausea & vomitu afficiantur, præsertim si mari non fuerint assueti; etenim liquores in ventriculo, intestinis, vasis sanguiferis, cæterisque canalibus contenti, navis jactationibus obnoxii sunt; unde in corpore humano fluidorum motus turbabitur & morbi orientur. Ex his omnibus sic tandem argumentamur: Vis illa tanquam universalis corporum omnium proprietas haberi debet, quam in singulis corporibus observamus; atqui vim inertiæ, quoad partes singulas, in omnibus corporibus experimur, quantum ferre potest experimentorum diligentia. Ergo &c.

II. Corpora mutationi status resistere demonstrant rationes metaphysicæ. Et quidem si corpora mutationi status non resistant, corpus quodlibet etiam valde magnum e quiete ad motum, vel e motu ad quietem

non solum facili manu, sed etiam sine ullo conatu posset reduci; vis etiam minima motum quantumvis magnum posset producere, vel etiam sistere, nullaque foret inter causam & effectum proportio, quod repugnat ontologiæ principiis, atque experientiæ.

Et certe hanc proportionem ostendunt quoque experimenta; si enim producenda vel extinguenda sit eadem velocitas in corpore duplo vel triplo majori &c. id fieri non posse exprimitur sine vi duplo, triplo majori &c. ac proinde *vis inertiæ est ut quantitas materiæ*; si autem manente eadem quantitate materiæ producenda vel extinguenda sit velocitas duplo vel triplo major &c. adhiberi debet vis duplo vel triplo major &c. ac proinde *vis inertiæ est ut velocitas producenda vel extinguenda*. Quare generatim *vis inertiæ est ut quantitas motus producenda vel extinguenda*. Hæc ratiocinatio accurate quidem demonstrat Corpora mutationi status resistere, ac proinde vi inertiæ prædita esse; at vis inertiæ partes singulas, perpetuam scilicet motus uniformitatem illiusque rectilineam directionem non æque evincit. Argumentum aliud desumi solet ex principio rationis sufficientis; si enim corpus sibi ipsi relinquatur, nullaque accedat vis contraria, in statu suo perseverare debet; cum nulla sit ratio cur statum mutet. Id quidem facile concedunt philosophi, si agatur de corpore quiescente, negant autem nonnulli de corpore moto quod suapte natura ad quietem tendere affirmant; iis ergo ratio sufficiens est ipsa

cor-

corporis indoles & natura. Quamvis autem non raro utilissimum sit rationis sufficientis principium; quia tamen sæpius mortales latet rerum ratio, fateri debemus principium illud caute admodum adhibendum esse. Quæ cum ita sint, patet vim inertiæ, si partes ejus singulas consideremus, habendam esse tanquam principium experientia magis quam accurata aliqua demonstratione innixum.

Objices. Si corpus aliquod in aere deferatur, sibique permittatur, sponte descendit sine ulla vi impellente. Ergo corpus non perseverat in quiete, seclusa etiam vi qualibet impressa.

Resp. distinguo antecedens. Sine ulla vi impellente, quæ sensibus conspicua sit; concedo ant.: sine ulla vi impellente, quæ sensus fugiat; nego Ant. & cons. Imperita hominum multitudo sensuum erroribus assueta sibi facile persuadet corpora sine ulla vi in terram descendere, cum nullam videant. Unde credunt plerique homines corpora descendere, quia non sustentantur. Verum etiamsi nulla oculis pateat vis extrinseca, nullam tamen esse temerario quis affirmaret? fingere enim possumus fluidum quoddam subtilissimum omnem oculorum aciem longe fugiens; vel etiam, ut Nevtonianis placet, vim quamdam internam sine ullo interveniente fluido possumus admittere, ut jam observavimus; sed argumentum illud fuse & accurate convenienti loco persequemur. Hunc vulgi errorem quotidiano experimento depellere satis erit.

Si corpus in tabula horizontali constituatur, qua de causa per tabulæ superficiem motu horizontali non incedit corpus illud? cum nihil impediat. Cur sursum non ascendit idem corpus? cum nihil motui secundum hanc directionem resistat. Cum ergo corpus deorsum moveatur, necessum est ut vi aliqua quæcunque sit, urgeatur. Merito igitur philosophi mirantur corporum descensum, quem sine ulla difficultatis suspicione negligenter aspicit hominum vulgus. Cæterum ex hac responsione patet vim inertiæ diversam omnino esse a vi gravitatis, qua nempe corpora deorsum urgentur. Et quidem vis inertiæ secundum quamlibet directionem sentitur; si enim corpus aliquod e quiete ad motum vel e motu ad quietem reducere quis tentaverit secundum quamlibet directionem vel horizontalem, vel perpendicularem aut utcunque obliquam, id fieri non posse sentiet sine conatu aliquo, sine resistentia aliqua; imo si quis corpus descendens manu superne percutiat, resistentiam aliquam experietur; corpus nempe resistit accelerationi motus secundum ipsam descensus seu gravitatis directionem. Itaque evidens est vim gravitatis longe differre a vi inertiæ, & vires illas duas ab imperitis hominibus perperam confundi.

Instabis 1. Si corpus in plano etiam eximie lævigato incedat, sensim languescit motus, atque tandem omnino extinguitur. Si globus filo suspensus agitatur variosque itus & reditus perficit, sensim breviores fiunt globi vibrationes atque tandem evanescunt. In ludo *trudiculari* globulus eburneus per ali-

aliquod tempus motu rectilineo in tabula progreditur, sed in certis casibus veluti sponte per eamdem lineam rectam ad partes contrarias secedere videtur. Tandem si corpus aliquod secundum directionem horizontalem vel ad horizontem obliquam projiciatur, in terram recidit curvam describens. Itaque sic argumentari licet: corporibus tribuenda non est vis illa quam negare videntur experimenta, atqui &c. Ergo....

Resp. Concedo majorem, nego minorem. Objecta experimenta explicabimus. Ad primum patet responsio ex dictis: nullo enim artificio removeri possunt omnia impedimenta, ac proinde mirum non est quod sistatur tandem penduli motus, aeris resistentia, filique in puncto suspensionis impedimento retardatus. At si maxima industria filum suspendatur, per longum satis tempus perseverat illius motus. Quod autem in certis casibus globus eburneus in contrariam partem tendere videatur, id fit quod globus motum aliquem circa axem in partes contrarias admiserit, qui quidem motus adhuc perseverat extincto motu rectilineo, ac proinde globulus in contrariam directionem recedere videbitur, donec asperitate plani extinguatur ipse quoque rotationis motus. Denique quod corpora horizontaliter vel oblique projecta per curvam relabantur, nihil repugnat vi inertiæ, quæ vires alias quaslibet non excludit. Porro in præsenti casu præter motum impressum agit etiam vis gravitatis quæ corpus deorsum revocat. At si nulla adesset vis gravitatis, corpus recta &

uniformiter abiret in infinitum secundum directionem motus impressi. Qua ratione autem compositis simul duobus motibus, motu scilicet impresso & motu ex vi gravitatis oriundo curva describatur, & quænam curva ex tali motuum compositione oriatur, deinde suo loco demonstrabimus.

Instabis 2. Si corpus nostrum moveatur vel in obstaculum aliquod impingat, sensationum nostrarum testimonio acquirimus vis cujusdam majoris vel minoris notionem, quam ex quiete nullatenus comparamus. Et quidem corpus quiescens nullum unquam motum producere poterit; contra autem corpus incurrens in corpus quiescens, illud movebit. Ex his ergo sic concludere licet. Vis illa in corpore quiescente saltem admitti non debet quæ in corporum motu tantum sese manifestat. Atqui &c. Ergo &c.

Resp. concedo maj. nego minorem. Facile sibi persuadent homines meditationibus philosophicis non satis assueti, in corporibus motis adesse conatum quemdam, quo carent corpora quiescentia; inde autem originem habet error ille quod inanimatis corporibus ea facilius tribuamus, quæ in proprio corpore observamus. Porro dum vis nomen ad inanimata corpora transferimus, levi etiam attentione patet id fieri non posse nisi in triplici duntaxat sensu. 1. Si corpori inanimato propriam sensationem tribuamus, quod est absurdum. 2. Si vis nomine intelligamus metaphysicam quamdam entitatem a nostris sensationibus diversam; quam quidem nulla ratione intelligere nec

pro-

proinde definire possumus.... 3. Tandem si vis nomine significemus effectum ipsum vel proprietatem aliquam effectu manifestatam cujus causam non investigamus. Hæc autem ultima significatio sola est rationi consona. At si *vis* nomini hanc significationem tribuimus, jam corpori quiescenti æque ac moto competit, & quietis non minus quam motus continuatio tanquam lex naturæ haberi potest. Tandem dum corpus incurrens corpori quiescenti motum imprimit, id facere non potest sine aliqua proprii motus jactura. Quæ quidem jactura oritur ex vi qua corpus quiescens status mutationi resistit; ac proinde corpori quiescenti non secus ac corpori moto tribuenda est vis ad conservandum statum suum, quamcumque notionem huic vocabulo jungere placeat.

Instabis 3. Si corpora prædita sint vi inertiæ, jam nulla est motus continuati causa; atqui motum sine causa continuari repugnat. Ergo &c,

Resp. Nego maj. Frustra quidem philosophi de motus communicatione tantas lites excitant; continuati motus nulla alia agnoscenda est primaria causa præter Deum optimum maximum, qui non motum duntaxat, sed res omnes conservat; secunda autem causa est ipsa vis inertiæ. Nec alia ratione perseverat motus quam qua continuantur corporis alicujus figura, color, aut aliæ hujusmodi affectiones, quæ semper eædem permanerent, nisi vis aliqua eas turbaverit. Multo quidem rectius & utilius se gererent physici, si motus retardati vel accelerati rationes legesque investigarent.

Hic

Hic autem observandum superest nos minime definitum velle an vis motricis actio *continuata* esse debeat, an satis sit actio *instantanea* nullo deinde impedimento turbata. Quæstio illa ad æstimandos effectus, quod in physica unice volumus, superflua omnino est, & ad metaphysicam pertinet, strictèque conjuncta est cum disputatione, quam de rerum conservatione in metaphysicis institutionibus tractavimus.

ARTICULUS II.

De principio actionis & reactionis.

I. *Actionem* corporis definire solent plerique physici *vim* quam corpus aliquod in aliud corpus exercet, seu vim qua corpus aliquod corpus premit vel percutit; at talis definitio ipsa re definita obscurior videtur; nos autem omnem ambiguitatem removere vel maxime studentes, recordabimur in corpore quod *actu* movetur vel ad motum tendit, nihil aliud clare intelligi nisi ipsam quantitatem motus quam habet, vel quam haberet, sublatis omnibus impedimentis; ac proinde actio corporis per ipsam motus quantitatem duntaxat sese manifestare intelligitur. Itaque actionis vocabulo nullam aliam notionem subjici volumus nisi ipsam quantitatem motus actu producendam si omnia removerentur impedimenta. Inde autem statim intelligere licet quid sit *reactio*; nihil enim aliud est nisi actio contraria, nempe quantitas motus in corpore agente amissa vel amittenda.

II.

II. Receptum est apud physicos principium: *Actioni semper æqualem esse & contrariam reactionem*: quid hoc principio intelligendum veniat ex dictis evidens est; nempe in omni actione corporea tantum motus corpori *agenti* decedit quantum corpori *patienti* sive actionem suscipienti accedit. Illud autem utilissimum in universa physica principium sequenti conclusione explicabimus.

CONCLUSIO.

Reactionem actioni contrariam & æqualem esse demonstratur.

I. Principium illud ex vi inertiæ facile derivatur. Etenim si corpus aliquod certam motus quantitatem in alio corpore producat, id fieri non potest nisi mutationi status resistat corpus quod datam motus quantitatem accipit. Necessum est igitur inter corpus *agens* & corpus *patiens* mutuam veluti pugnam excitari, ita ut quantum motus accipit corpus patiens, tantum amittat corpus agens. Etenim ponamus reactionem actioni æqualem non esse, jam corpus patiens omni mutationi status non resisteret, sed alicui duntaxat mutationis parti, quod falsum esse demonstravimus in præcedenti conclusione. Itaque patet actionis & reactionis æqualitatem necessarium esse vis inertiæ corollarium.

II. Idem principium experimentis & exemplis demonstratur atque illustratur. Si corpus unum in alterum quiescens impingat; quidquid motus quiescenti corpori impri-

mitur, tantumdem impingenti subtrahitur. Si corpora ambo moveantur & ad easdem tendant partes, corpus quod celerius movetur in aliud quod movetur tardius incurrit, & tantum motus amittit, quantum acquirit corpus fugiens. Si corpora duo sibi obviam eant sive in contrarias tendant partes, qualiscunque motus mutatio corpori uni accidet, eadem omnino corpori alteri continget, ita ut æqualis semper fiat in utroque corpore motuum jactura secundum propriam motus directionem. Casus singuli ad experientiam revocari facile possunt, si observentur spatia ab iisdem corporibus motu uniformi eodem tempore descripta; cum enim spatia illa sint inter se ut velocitates, ob datas corporum massas habebitur quantitas motus ante & post conflictum, ideoque instituta comparatione innotescet quantitas motus per conflictum acquisita vel amissa. Hæc autem experimenta omnia actionis & reactionis æqualitati semper consona deprehenduntur, quantum patiuntur inevitabiles superficierum asperitates aliaque impedimenta plurima; sed tota res multo magis perspicua fiet, ubi conflictuum leges explicabimus. Actionis & reactionis æqualitatem observare licet in attractionibus magneticis; non solum magnes trahit ferrum, sed vicissim ab ipso ferro æqualiter trahitur, ita ut æquales sint motus quantitates tum in magnete tum in ferro productæ. Experimentum hoc modo institui solet. Imponitur magnes suberis frusto & ferrum alio suberis frusto pariter imponitur, ut nempe hoc artificio tam magnes quam ferrum aquæ

libe-

libere innatare possint. Deinde manu retinetur magnes, ferrum videbimus ad magnetem accedere; si vero ferrum immobile teneatur, ad illud magnetem accedere observabimus; sed si utrumque corpus aquæ innatare libere permittatur, magnes & ferrum sibi mutuo obviam ire conspicientur, ita ut spatia a ferro & magnete percursa semper sint in ratione reciproca massarum. Itaque æquales sunt quantitates motus hinc & inde genitæ, ut patet ex demonstratis in articulo præcedenti.

Eadem lex variis exemplis confirmatur atque illustratur. Si navigium remis agatur, aqua per remorum palmulas retrorsum versus gubernaculum propellitur, rursus aqua in remos æqualiter agit, eosque una cum navigio cui affixi sunt versus partem contrariam impellit, & hac vi promovetur navigium. Aqua scilicet reactione sua tantum motus imprimit navigio quantum ipsa remorum vi accepit; atque hinc intelligitur eo celerius progredi navigium quo majores sunt vel numero plures remorum palmulæ, vel etiam quo celerius intra aquam agitantur. Hinc cum natatio nihil aliud sit quam brachiorum pedumque remigium, facile intelligitur cur intra aquas promoveamur natando; dum scilicet per manuum pedumque palmas aqua retrorsum pellitur, illa iterum agendo in contrariam partem natantes propellit: eodem artificio utuntur pisces qui pro varia motus directione aquam repetitis variisque caudæ ictibus feriunt. Idem etiam dicendum est de avium volatu; dum enim aves alarum impetu aerem deorsum verberant,

rant, aer avium alas sursum sublevat; si versus orientem pellatur aer, reactio aeris aves in occidentem impellit.

Actionis & reactionis exemplum videre est in tormentis bellicis. Pulvis pyrius intra tormentum bellicum accensus rarefit, & vi sua æqualiter agit in globum missilem & in tormentum e quo exit globus; aer enim rarefactus in omnem partem sese expandens, tam tormentum retrorsum quam globum antrorsum urgebit, variatam in utroque producens motus quantitatem; atque ea de causa fit ut tormentum bellicum sibi relictum ad distantiam satis magnam recedere videatur. Hanc reactionem experiuntur qui sclopetis tractandis non sunt assueti; si enim sclopeti caput faciei vel humero proximius non satis firma manu retineant, validissimum reactionis ictum sentient. Plurima alia & quidem utilissima exempla afferre possem: sed cum ad alias physicæ partes pertineant, de his sermo deinde recurret. Cæterum ex dictis satis demonstratum est actionis & reactionis principium.

Objicies. Inter varia actionis & reactionis exempla hoc primum a celeberrimo Nevvtono adhibetur: si equus lapidem funi alligatum trahit, æqua vi retrahitur equus in lapidem. Verum ex illa actionis & reactionis æqualitate nullus unquam sequi posset motus. Si enim vis agens æquali resistentia absorbetur atque retunditur, quì fieri potest ut in prædicto exemplo equus lapidem trahat? Itaque sic argumentari licet: Principium illud admitti non debet

debet quod perpetuam quietem perpetuumque æquilibrium induceret; atqui &c. Ergo.

Resp. Concedo maj. nego min. nonnulli philosophi objectione præcedenti decepti, de actionis & reactionis æqualitate dubitarunt, sed tota objectio pura nominis ambiguitate male fulcitur. Itaque confundi non debent *vis* & *actionis* nomina; vis corporum non est actio ipsa, idque allato exemplo manifestum fit. Dum equus lapidem trahit, totam vim suam non impendit ad superandam lapidis resistentiam, sed aliquam duntaxat vis suæ partem quæ *actio* dicitur. Itaque per reactionem lapidis eam vis suæ partem equus amittit, quæ necessaria est ad vincendam lapidis resistentiam, vi autem reliqua equus lapidem trahit. Porro evidens est legem æquilibrii longe differre a principio actionis & reactionis; duæ enim vires dicuntur in æquilibrio, si fuerint æquales & oppositæ, nullusque, manente æquilibrio, contingere potest motus. Verum quamvis actioni æqualis & contraria sit reactio, non tamen vi toti reactio semper æqualis est; dum autem id contingit, in hoc casu habetur æquilibrium, tumque vis tota æqualis est actioni.

Instabis 1. Si quis in navigio sedens, conto vel alio quolibet instrumento navigium a littore repellat, id fit reactione ipsius littoris, ac proinde ex principio mox explicato eadem motus quantitas, qua navigium recedit a littore, in ipsum littus transferri deberet: atqui hoc est absurdum. Ergo &c.

Resp.

Resp. Concedo maj. Nego min. Accurate distingui debet quantitas motus ab ipsa velocitate. Si quantitates motus fuerint æquales, erunt velocitates in ratione reciproca massarum, ex demonstratis, ac proinde quo major est massa, eo minor est velocitas. Jam vero littus est firmissimus obex & corpus immensum, si conferatur cum navi, ac proinde littoris velocitas erit minima & physice nulla. Quamvis ergo nullam in magnis corporibus velocitatem observemus, motus quantitas potest esse maxima.

Instabis 2. Omnia corpora in superficie terræ posita versus terram gravia sunt; hac vi gravitatis corpora ad telluris superficiem descendunt. Consentiunt philosophi omnes corpora descendentia a tellure attrahi, quæcunque sit hujus attractionis causa, de qua quidem maxime dissentiunt. Igitur si corpora a tellure trahantur, tellus vicissim trahetur a corporibus. Ita dum lapis ad terram descendit, terra vicissim ad lapidem assurget, & æquales erunt motus tum in lapide, tum in terra geniti; atqui hoc repugnare omnino videtur: ergo &c.

Resp. Neg. min. Ex præcedenti responsione facile solvitur hæc objectio. Re quidem vera æquales sunt motus quantitates tum in lapide, tum in terra productæ; cum vero quantitas materiæ in terra immense superet quantitatem materiæ in lapide, velocitas lapidis immense superabit velocitatem, qua terra ad lapidem tendit, ideoque, si physice loquamur, velocitas terræ nulla est, quod quidem calculo demonstrare

non

non abs re erit. Ponamus lapidem centum pedum ſolidorum verſus terram deſcendere; ſpatium a lapide tempore unius minuti ſecundi percurſum erit circiter pedum Pariſienſium 15, ut oſtendunt experimenta; ſed ex menſuris geographicis tota globi terraquei moles continet pedes ſolidos 300, 000, 000, 000, 000, 000, 000; itaque ponamus jam terram ubique eſſe ejuſdem denſitatis cum vulgaribus lapidibus, quamvis omnino credibile ſit eam eſſe multo denſiorem, erit materiæ quantitas in terra ad materiæ quantitatem in lapide, ut 300, 000, 000, 000, 000, 000, 000 ad 1. proindeque dum lapis deſcendit per ſpatium 15 pedum, terra verſus lapidem trahetur per unius pedis partes $\frac{15}{300,000,000,000,000,000,000}$, quæ tantilla eſt quantitas ut ipſam imaginandi vim longe effugiat; ac proinde in phyſica negligi poteſt & pro nulla haberi, quamvis geometrice & ſecundum veritatem loquendo terra ad lapidem accedat, & utrumque corpus æqualiter ſe mutuo trahat. His paucis objectionibus reſpondiſſe ſatis ſit ad explicandum actionis & reactionis principium; cæterum hujus principii uſus frequentiſſime recurret præſertim in aſtronomia.

AR-

ARTICULUS III.

De virium compositione.

I. Virium *compositio* dicitur virium plurium in vim unicam conjunctio; quia vero virium nomine nihil aliud intelligimus nisi motus ipsos dato aliquo tempore productos, hinc patet virium compositionem nihil aliud esse quam ipsam compositionem motuum. Itaque motus compositus dicitur is qui ex pluribus motibus diversam directionem habentibus resultat; neque enim tanquam compositum habemus motum illum qui ex pluribus motibus in eamdem directionem conspirantibus vel directe oppositis oritur. Evidens enim est in primo casu unicum esse motum summæ motuum æqualem; in altero autem casu, motus æqualis est motuum differentia, quæ quidem differentia si nulla fuerit, hoc est, si quantitates motus fuerint æquales & directe oppositæ, habetur æquilibrium. Motuum compositorum doctrina cum ipsa vi inertiæ necessario ordine conjuncta est; ut ex dicendis manifestum fiet.

Fingantur rectæ AB, AD (Fig. 1.) perpendiculares & æquales quæ exhibeant vires secundum directiones AB, AD, sive quod idem est, quæ repræsentent spatia datis viribus eodem tempore motu uniformi percursa. Corpus immineat motuum angulo A, urgeaturque viribus secundum directiones AB, AD; dato quolibet tempore corpus vi unica secundum AD percurrat

spa-

ſpatium AC, eodem tempore vi unica ſecundum AB percurreret ſpatium AI, ſpatio priori AB æquale, ex demonſtratis de vi inertiæ. Jam ponamus corpus illud viribus duabus ſimul urgeri, quo tempore progreditur per AC, aſcendet quoque per AI, vel CE; ſunt enim per conſtructionem rectæ AI, CE, itemque IE, AC æquales & parallelæ, ergo corpus reperietur in directionum AB, AD concurſu, ac proinde in concurſu rectarum IE, CE, hoc eſt in diagonali quadrati AIEC, atque ad punctum E perveniet eodem tempore quo motibus ſejunctis percurreret AC, AI, ut patet. Eadem ratiocinatio ad aliud quodlibet tempus transferri poteſt; cum enim, ſpatia AI, EI, itemque AB, BF ſint æqualia, erit AI : IE :: AB : BF, ac proinde cum ſint IE, AC, itemque BF, AD æquales & parallelæ, erit recta AF diagonalis quadrati ABFD. In hac demonſtratione velocitates non ſolum ponuntur uniformes, ſed etiam æquales; at evidens eſt totam demonſtrationis ſeriem perinde ſe habere, etiamſi velocitates non fuerint æquales. Etenim velocitates uniformes ſunt ut ſpatia iiſdem temporibus deſcripta, ergo velocitas per AI eſt ad velocitatem per IE, ut AI ad IE, ut AB ad BF, ac proinde AI : IE :: AB : BF; ideoque eadem manet demonſtratio, quæ etiam valet quamvis velocitates non fuerint uniformes, dummodo tamen in eadem data ratione ſemper accelerentur vel retardentur; puta, ſi velocitas per AD, ſit dupla vel tripla &c. velocitatis per AB, res perinde ſe habet quomodocunque acce-

le-

leretur vel retardetur velocitas per AB & AD, dummodo velocitas per AD semper maneat dupla vel tripla &c. velocitatis per AB, quod evidens est, cum perpetuo servetur triangulorum AIE, ABF similitudo.

Hoc ergo est universalissimum principium: Si corpus urgeatur duobus motibus, quorum directiones eumdem angulum semper contineant, corpus illud describet diagonalem parallelogrammi, cujus latera sunt spatia secundum utramque directionem eodem tempore percursa; dummodo tamen maneant prædictæ motuum conditiones; si nempe directiones eædem maneant & velocitates sint uniformes aut similes. Adolescentum imaginatio in hac demonstratione sublevari potest exemplo normæ, quæ sibi semper parallela uniformiter moveatur, interea dum corpus aliquod uniformiter quoque progreditur secundum ductum normæ, quam corpus perpetuo radat.

In hoc autem exemplo atque in præcedenti demonstratione unum monendum est. In hoc scilicet exemplo atque etiam in tota demonstrationis hypothesi, vires duæ tanquam seorsim agentes perpetuo considerantur, quod quidem a statu quæstionis non nihil abludere videtur, cum primo motus initio vires duæ simul imprimantur & deinde conjunctim agant. Itaque ut præcedens demonstratio ad severitatem geometricam sit omnino composita, ostendi debet demonstrationem perinde se habere sive vires considerentur seorsim, sive conjunctim, quod quidem facile præstari potest; nam ponamus vires duas dato aliquo tempore

seor-

seorsim uniformiter agere in corpus A, & deinde corpus illud sibi relinqui seu ab ipsis viribus deseri, evidens est in hoc casu describi diagonalem, ut patet ex demonstratione præcedenti & ex vi inertiæ; valet autem demonstratio si vires duæ dato quolibet tempore seorsim considerentur; itaque ex temporis conditione vel limitatione nullatenus pendent corporis directio & velocitas, ac proinde describitur diagonalis, etiamsi tempus ponatur minimum vel nullum, dum scilicet vires duæ conjunctim agunt. Vulgari demonstrationi, quæ in omnibus physicorum libris passim legitur addenda est hæc ratiocinatio; quamvis enim verum sit principium, sive considerentur vires seorsim, sive conjunctim, res tamen non ita est evidens ut sine demonstratione prætermitti debeat.

Motus compositi exemplum præbet cymba profluente amne delata. Si quis e cymba interim progrediente in littus desilire voluerit, eum quem sibi proponit littoris locum non attinget. Motus enim ille componitur ex duplici motu, navigii scilicet, & hominis desilientis, ac proinde in hoc casu per motuum diagonalem homo ad littus perveniet.

II. Quamvis duas duntaxat vires consideraverim, simili tamen ratiocinatione patet vires utcunque numero plures in unicam diagonalem componi posse. Etenim considerentur primum vires duæ quarum inveniatur diagonalis, quæ proinde vires duas repræsentabit. Deinde diagonalis illa conferatur cum vi tertia & iterum inveniatur

diagonalis, & ita deinceps, donec perveniatur ad communem virium omnium diagonalem, quæ *media directio* appellatur, atque hæc erit via quam corpus his omnibus viribus simul sollicitatum percurret. Evidens autem est vim quamlibet compositam, inversa operatione, in vires per latera resolvi posse, atque hæc operatio *virium resolutio* vocari solet. Cavendum tamen est maxime ne vis composita cum viribus per latera confundatur; vis composita viribus componentibus æqualis non est; cum enim vires componentes exhibeantur per latera trianguli cujus tertium latus est ipsa vis composita, patet vires componentes majores esse vi composita, quemadmodum latera duo trianguli sunt tertio quolibet majora. At vires illæ *æquipollentes* merito dici possunt; hoc est, motus perinde se habet sive corpus urgeatur viribus duabus per latera, sive urgeatur vi unica per diagonalem ex duabus viribus composita.

III. Hactenus consideravimus vel motus uniformes, vel similes; at si motus neque uniformes fuerint neque similes, ita ut spatia iisdem temporibus descripta datam inter se rationem non habeant, evidens est similia non esse triangula ex motibus componentibus & ex diagonali formata; ac proinde singulis temporibus minimis directionem perpetuo mutat diagonalis, ideoque abit in curvam. Exempli gratia recta CD (Fig. 2.) exhibeat spatia motu uniformi descripta, rectæ autem perpendiculares, ut EI &c. exhibeant spatia vi aliqua perpetuo acceleratrice percursa. Corpus motu unifor-

mi

mi sollicitatum per CD, recta abiret in infinitum singulis temporibus æqualibus æqualia spatia describens, per vim inertiæ. At ob vim acceleratricem per EI, corpus his duabus viribus sollicitatum progreditur per curvam CI. Etenim manentibus CE, EF æqualibus, erit CG minor quam GH ob motum perpetuo acceleratum secundum directionem EI. Igitur triangula CEI, CFK, CDB non sunt similia; ac proinde cum triangula illa utcunque minima concipi possint, evidens est rectas quascunque EI, FK, DB, ad lineam rectam non pertinere, ac proinde diagonalis est curvilinea.

IV. Si recta CA consideretur tanquam axis curvæ, erunt CG vel EI, CH vel FK *abscissa*, rectæ autem GI vel CE, HK vel FC &c. *ordinatæ*. Jamvero natura sive *æquatio* curvæ definitur ex ratione abscissarum ad ordinatas; quare patet curvam duabus quibuslibet viribus descriptam pendere ex ipsa virium natura seu ratione. Cæterum ex demonstratis patet vi unica curvam describi non posse; corpus enim per vim inertiæ, vis impressæ directionem seu lineam rectam perpetuo sequitur; quare cum corpus curvam aliquam describit duabus saltem viribus illud sollicitari necessum est.

Curvam quamlibet considerant geometræ tanquam polygonum constans ex lateribus rectis tangentibus numero infinitis & infinite parvis; quare dum corpus movetur in arcu curvæ infinitesimo, idem omnino est ac si moveretur per tangentem infinite parvam. Si ergo statim desineret actio vis per EI, corpus abiret secundum directionem

tangentis per vim inertiæ, hinc fit ut curva quælibet considerari possit tanquam duabus viribus genita, quarum una dicitur *tangentialis*, altera autem quæ corpus a tangente retrahit, *centripeta* appellatur, quod quidem nomen retinet sive vis illa ad unum punctum perpetuo dirigatur; sive directionem perpetuo mutet. Vis autem contraria qua corpus ab arcu ad tangentem conatur deflectere, vocatur vis *centrifuga*.

V. De viribus centripeta, centrifuga, & tangentiali data opera, quantum licet, deinde tractabimus; hic observare satis sit vim tangentialem & centrifugam ex vi inertiæ originem quidem habere; at cavendum est diligenter ne vis centrifuga expressa per lineolam IE confundatur cum vi tangentiali, quæ exprimitur per CE, in quem errorem mirum sane est quam graviter in tanta rerum physicarum luce prolapsi sint viri doctrinæ fama celebres. Et quidem virium illarum nec conveniunt directiones, ut patet, neque etiam mensuræ, imo vis tangentialis infinities major est vi centrifuga. Ponamus enim arcum CI esse circuli arcum infinitesimum, erit CG ad GI, sive EI ad CE, ut GI vel CE ad reliquam partem diametri. Quia vero arcus CI est infinitesimus, erunt rectæ CG, GI infinitesimæ, ac proinde GI erit infinitesima respectu reliquæ diametri; ideoque CG erit infinitesima respectu GI; quare vis tangentialis CE erit infinite major vi centrifuga IE. Alterum tandem monendum est, vim centripetam & centrifugam in circuli arcu minimo consideratas per eamdem lineolam expri-

primi, ac proinde æquales esse; cum enim vires sint ut spatia iisdem temporibus minimis descripta, evidens est vim centripetam & centrifugam, quæ per idem spatium eodem tempore minimo descriptum exhibentur, æquales esse. Quamvis autem æquales sint vires illæ, longe tamen inter se differunt; nam vis centrifuga est vis *passiva* duntaxat, quæ nullum exercet effectum nisi cessante vi centripeta; hæc autem ultima est vis *activa*, quæ nempe perpetuo agit.

VI. Virium centripetę & centrifugę exemplum prebet lapis funda circum actus. Manus lapidem tenens exhibet vim centripetam; vis autem quæ funem tendit, qua scilicet lapis conatur recedere a circumferentia circuli descripti repræsentat vim centrifugam. Et re quidem ipsa, si manus lapidem deserat, statim lapis abit per tangentem circuli antea descripti. Hęc autem pauca dicta sint; de hoc enim utilissimo argumento sermo deinde recurret.

Alteram quam breviter attigimus motus compositi speciem oculis demonstrant corpora per aerem horizontaliter vel oblique projecta: motu composito igneam curvam in aere delineant tubuli nitrato pulvere referti. In his casibus duæ considerandæ sunt vires, una scilicet *projectionis* ex manu vel pulvere pyrio oriunda; altera autem est vis gravitatis, qua corpus motu accelerato descendit; sed hujus curvæ naturam demonstrabimus ubi de corporum projectorum motu.

APPENDIX.

De quibusdam capitis præcedentis utilitatibus.

I. Materiam cogitationis expertem esse invictissimis argumentis in Metaphysica jam ostendimus; quamvis autem fide divina certissimum sit primarium illud religionis dogma, varia tamen argumenta conquirere & adversus incredulos congerere religiosos philosophos maxime decet. Vix suspicari quis statim posset vim inertiæ aliud philosophis suppeditare huius dogmatis argumentum, quod tamen valide urgeri potest: Equidem substantia cogitans vim habet mutandi statum suum, potest nempe cogitationem præsentem deserere & ad aliam transire, actionem aliquam velle aut respuere, quam quidem facultatem proprio conscientię testimonio experimur. Cum ergo vis inertiæ universalissima sit materiæ proprietas, ita ut nulla materiæ pars statum suum vel leviter sponte mutare possit, manifestum est cogitandi facultatem ad materiam pertinere non posse. Neque est quod objiciant vim inertiæ locum habere duntaxat in materia nullo principio intelligente informata; nam rursus principium illud intelligens materiæ conjunctum, vel est materiale, vel non. Si primum, jam eadem recurrit cogitandi impossibilitas; si secundum, principium illud facultatem cogitandi ex se habere necessum est, sine ullo materiæ auxilio, quæ ipsa non habet cogitandi vim, quam proinde nullo modo confer-

re

re potest. Itaque ex duarum substantiarum, quæ cogitare non possunt, conjunctione oriri non potest cogitandi facultas. Præterea perversissimi homines qui materiæ cogitationem non repugnare asserunt, si impiissimi Spinosæ sectatores excipiamus, non inficiantur existere substantias spirituales & intelligentes; cum ergo vim intelligendi habeant, principium intelligens nulla materiæ ope ad cogitandum indiget. Itaque hoc argumentum validissime propugnari potest contra eos qui spiritus extra materiam existere fatentur; at contra Spinosistas aliis agendum est argumentis, quæ in nostris institutionibus metaphysicis explicavimus; vel prius demonstranda est spirituum extra materiam cogitantium existentia. Neque est tandem quod objiciant, Deum omnipotentem his duabus substantiis simul conjunctis tribuere potuisse vim cogitandi, quam materiæ convenire non posse proprio loco ostendimus; ex præcedenti ratiocinatione id saltem evidens fit, universalissimis materiæ proprietatibus repugnare, ut materia vim cogitandi habeat. Nemo igitur nos tanquam ultra modum religiosos reprehendat, quod hujus ratiocinationis pondus argumentis metaphysicis adjungamus.

II. Actionis & reactionis exempla ex avium volatu, piscium natatu, remorum actione afferre solent physici. Idem vero principium ad eximiam utilitatem traduxit vir doctissimus Daniel *Bernoullius*, qui in egregio opere cui titulus est: *Hydrodynamica*, novum & hactenus inauditum navigandi genus proposuit, sine velis & remis,

quod quidem paradoxum omnino videbitur; rem paucis exponam. Navigio versus puppim firmiter alligari præcipit Bernoullius canalem utrinque apertum & aquæ perpetuo plenum, quod quidem fine magno labore antliarum ope præstari potest. Jam aqua ex canali versus puppim effluens, in ipsam maris aquam agit, ipsa autem reagit, atque hac perpetua reactione antrorsum propellitur navis & fine velis ac remis gubernatur; quo quidem loquendi modo res impossibilis & absurda exprimi solet. Hujus reactionis æstimandæ ratio ad sublimiorem fluidorum doctrinam pertinet, neque tantam rerum physicarum difficultatem præsens locus sustinet; quia tamen novus ille navigationis modus ex actionis & reactionis principio natus est, in præsenti appendice hanc doctissimi viri cogitationem opportune interponendam esse existimavi. Neque deerunt fortasse imperiti homines, qui rem velut insulsam rideant; at philosophi est magnorum virorum meditationes venerari, & tamen perpendere, atque, si fieri possit, ad experientiam revocare. Ego autem in navicula non fine successu rem tentavi, atque inito calculo invenitur tantam hoc artificio obtineri posse prægrandis etiam velocitatem, quæ magna remigum manu vix ac ne vix quidem haberi potest. Calculo quidem subjici non possunt inordinatæ aquarum directiones, marisque jactationes, ac proinde minuitur inventi utilitas, non tamen omnino tollitur. Hæc maxima saltem haberi poterunt commoda, nempe naves bellicas in præliis navalibus, deficiente omni-

omni vento, quo lubet agere licebit, atque etiam brevibus trajectibus serena tempestate tranquilloque mari instituendis inservire poterit talis navigii usus.

III. In capite præcedenti de vi centrifuga brevem mentionem injecimus. Ex hujus vis doctrina innumeræ in societatem humanam derivarunt utilitates quarum unam hic seligere satis erit. Clarissimo viro *Desagulierio* debetur machina quæ *rota centrifuga* appellatur: ex tympano ligneo parum alto constat hæc machina, cujus cavitas in duodecim cellulas distributa est, singulæ autem cellulæ ad tympani centrum protensæ, cum aere externo communicant ex parte circumferentiæ, quæ pro cellularum numero duodecim quoque foraminibus perfusa est. Tympanum hoc modo comparatum capsula majori parallelopipeda includitur atque axe ita trajicitur ut manubrii ope extra capsulam prominentis converti possit. Rebus ita dispositis; si tympanum velocissime circumagatur, aeris particulæ in tympano inclusæ revolvuntur, ac proinde vim centrifugam acquirunt & exitum quærunt. Quare si in plano rotationis aperiantur foramina quibus annectantur flexiles tubuli extra cubiculum protensi, aer in tympano conclusus, revoluta machina, exibit; aer autem in cubiculo contentus per foramen rotationis plano perpendiculare tympani cavitatem ingredietur, aeri expulso statim succederet aer iterum quoque expellendus. Jam vero quantum aeris excluditur, tantum quoque advenit per fenestras, januas vel etiam cubiculi rimas; quare patet id tandem com-

modum nos lucrari, ut repetitis motibus, nil fere pristini aeris supersit, quod quidem eximiæ utilitatis esse potest in nosocomiis, in fodinis, aliisque locis impuro aere fœdatis. Hujus machinæ utilitatem maximam testatam fecere peritissimi navium præfecti, qui in longinquis navigationibus hujus rotæ beneficio sese liberatos fuisse referunt a frequentissimo perniciosissimoque morbo qui *Scorbutus* dicitur. Dolendum ergo est quod utilissima inventa respuere soleant plerique homines haud satis æqui talium rerum æstimatores. Cæterum prædictæ machinæ usus oculis quoque fit conspicuus, si aeris loco crassiorem fummum ex sacchato excitatum in tympani cavitatem introducamus; hunc enim, circumacto tympano, velocissime extrudi observabimus. Idem quoque alio experimento manifestum fiet; si nempe foramini in ipsa vis centrifugæ directione aperto objiciatur candelæ flammula, hanc extrorsum pelli & statim extingui videbimus: contra autem introrsum urgebitur & extinguetur, si alteri foramini quod rotationis plano perpendiculare est, admoveatur, quod quidem manifestissimo est argumento pari ratione aerem ex una parte introduci, ex altera autem ejici. Hujus machinæ partes singulas explicare, & vim totam calculo æstimare nec præscripta his Institutionibus brevitas, nec rei difficultas patiuntur. Ex universa physicæ serie magis ac magis fiet manifesta capitis præcedentis utilitas, quam paucis exemplis indicasse satis sit, ut studiosæ juventuti instilletur præclarissimi studii amor,

quan-

quantum unicuique pro vivendi instituto & ratione licet.

CAPUT II.

De vi attractionis variisque illius speciebus.

ATtractio generatim spectata dicitur vis qua corpora in se mutuo, vel ad punctum aliquod tendunt, quod *centrum virium* ideo appellatur. Variæ sunt attractionum species, quarum aliquæ certis duntaxat corporibus competunt; talis est vis *magnetica*, *electrica*, &c.; sed speciales illæ attractiones ad physicam particularem pertinent. Aliæ autem attractiones omnibus corporibus conveniunt ac proinde in physica generali considerandæ. Duplex autem est hujusmodi attractio universalis; alia inter magna corpora & ad magnas exercetur distantias; alia inter minimas corporum particulas viget, & in minimis duntaxat intervallis. De hac utraque attractionis specie tractabimus; & generalem attractionis doctrinam præmittemus.

ARTICULUS I.

De attractione generatim considerata.

I. COrpus aliquod projectum fingatur vi impressa secundum directionem AF (Fig. 3.), & interim vi alia perpetuo tendat versus punctum S; tempore minimo corpus vi impressa per AF, describere ponatur lineolam AB, tempusculo altero æqua-

li percurrere æqualem lineolam BC, & ita deinceps. Jam vero dum corpus pervenit ad B, agat vis tendens ad centrum S, qua vi sola corpus describere possit lineolam BE; completo parallelogrammo EBCD, motu composito corpus describet diagonalem BD (ex articulo præcedenti). Ex elementis geometriæ evidens est æqualia esse triangula ABS, SBD æqualibus temporibus descripta. Etenim triangula ABS, SBC æqualia sunt, cum æquales habeant bases AB, BC. communemque verticem S. Præterea æquantur triangula BSD, BSC, super eadem basi BS, & inter easdem parallelas BS, CD constituta. Igitur æqualia sunt triangula BSD, BSA, utpote æqualia eidem triangulo BSC. Quod autem demonstravimus de minimis duobus triangulis ABS, BSD, idem facile intelligitur de alia qualibet triangulorum serie; & quidem seclusa vi tendente ad centrum S, corpus per vim inertiæ moveri perget secundum BD; sed accedente vi versus S, eadem ratiocinatione patet tertio tempore æquali æquale triangulum describi. Igitur æqualibus temporibus æquales triangulorum areæ percurruntur, tempore duplo describitur area dupla, tempore triplo tripla; quare generatim areæ tempore quolibet descriptæ sunt temporibus proportionales. Jam ponamus polygonum hoc modo descriptum, ex lateribus numero infinitis & infinite parvis compositum abire in curvam, manifestum est corpus circa centrum virium S, perpetuo describere areas temporibus proportionales. Demonstratum ergo est præ-

cla-

clarissimum theorema quod astronomiæ & universæ fere physicæ fundamentum est, nempe: *Si corpus describat curvam quamlibet vi tendente ad punctum aliquod in curva datum, corpus illud describet areas circa idem punctum temporibus proportionales.*

Viceversa *si corpus moveatur in curva & areas temporibus proportionales circa punctum aliquod describat, urgetur vi tendente ad illud punctum.* Etenim si vis alia ad punctum extra S, diversum tenderet, jam directio CD non foret directioni BE parallela, ac proinde triangula BSC, BDS super communem basim constituta, non forent inter easdem parallelas nec proinde æqualia, quod est contra hypothesim; ponimus enim areas temporibus proportionales esse ac proinde æqualia esse minima triangula temporibus æqualibus descripta. Itaque demonstratum etiam est corpus, quod movetur in curva & areas circa punctum aliquod temporibus proportionales describit, urgeri vi ad illud punctum tendente. Ex hoc theoremate universa pendet attractionis doctrina.

Ex hoc ipso theoremate evidens est velocitatem corporis in diversis curvæ punctis eo majorem fore vel minorem, quo minor est vel major recta a centro virium ad tangentem perpendiculariter ducta; nempe *velocitates sunt reciproce ut perpendicula e centro virium in tangentes demissa.* Etenim velocitates utcumque variabiles tempore infinite parvo tanquam uniformes considerari possunt, ob minimum sive infinitesimum velocitatis incrementum vel decrementum. Itaque velocitates uniformes per AB, BD

sunt

sunt ut spatia AB, BD iisdem temporibus minimis descripta; sint autem spatia illa bases triangulorum æqualium ASB, BSD, quæ proinde sunt reciproce ut perpendicula ex centro S in bases AB, BD demissa; sed polygono in curvam abeunte, latera AB, BD evadunt tangentes curvæ in punctis A, B; erunt igitur velocitates in singulis curvæ punctis reciproce ut perpendicula ex centro virium in tangentes demissa. Quod quidem corollarium eximiæ utilitatis esse ex dicendis manifestum fiet.

II. Attractionem in variis curvis considerare solent, qui sublimiorem physicæ doctrinam explicant; nos vero in ipso physices initio facilitati studentes in circulo duntaxat rem considerabimus, virium centralium doctrinam in Ellipsi deinde convenientiori loco explicaturi. Revolvatur in peripheria circuli ACD corpus A (Fig. 4.), quod ubi ad A pervenit, sublata vi tendente ad centrum, qua in circumferentia retinetur, per tangentem AB in infinitum excurreret; itaque ut corpus in peripheria detineatur, necessum est vim aliquam perpetuo agere, quæ corpus urgeat versus D, per spatium BC, interea dum mobile vi impressa progrederetur per spatium infinitesimum AB; his enim viribus conjunctis mobile describet lineam AC; hæc omnia facile patent ex demonstratis de virium compositione. Vis quæ exhibetur per BC dicitur *attractio*, quam alio nomine vim *centripetam* appellavimus; vim autem qua mobile ex arcu curvilineo transit ad tangentem, quæque exhibetur per CB, diximus vim *centrifugam*;

ambæ

ambæ autem vires communi nomine *centrales* vocantur. Igitur lineola BC exprimet vim centralem. Jam vero in circulo ducta chorda infinitesima AC, erit ob triangulorum ACD, ACM similitudinem AM vel BC : AC = AC : AD, ac proinde AM vel

$$BC = \frac{AC^2}{AD};$$ hoc est vis centralis in circulo est ut quadratum chordæ divisum per diametrum; quia autem arcus infinitesimus illiusque chorda æquipollent, loco chordæ substituere licet ipsum arcum, ideoque vis centralis est ut quadratum arcus divisum per diametrum, vel per radium; cum enim virium centralium rationem duntaxat hæc formula exprimat, perinde est sive diametrum sive semidiametrum adhibeamus. Porro vis centralis nomen retinet attractio, etiamsi vis illa ad unicum punctum non dirigatur: singulis temporibus directionem mutare potest; ut enim mobile curvam describat satis est vis centralis directionem non congruere cum ipsa directione tangentis, quod quidem evidens est ex articulo præcedenti. His præmissis in proximo articulo fusius explicandis, sit

CONCLUSIO.

Universalem inter corpora omnia attractionem demonstrant phænomena.

I. Circa solem revolvi observantur stellæ quinque, *planetæ* sive *erraticæ* ideo appellatæ. Harum nomina sunt: *Mercurius*, *Venus*, *Mars*,

Mars, *Jupiter*, *Saturnus*. Planetas illos ita circa solem revolvi demonstrant observationes astronomicæ ita ut radiis ad solem ductis areas describant temporibus proportionales; lex illa qua planetæ circa solem areas describunt temporibus proportionales, ab inventore suo *prima lex Kepleri* solet appellari. Saturnum comitantur stellulæ quinque quæ satellites dicuntur & Jovem quatuor; illi autem satellites, qui *planetæ secundarii* etiam appellantur eadem lege circa planetas primarios revolvuntur, areas scilicet circa suos planetas & circa solem ipsum describunt temporibus proportionales. Revolvitur quoque luna circa terram nostram radiisque ad ipsius centrum ductis areas describit temporibus quam proxime proportionales. Igitur planetæ primarii vi centripeta tendunt in solem, & planetæ secundarii tendunt quoque in suos primarios atque in solem ipsum: luna etiam vi centripeta urgetur in terram. Porro actioni æqualis est & contraria reactio; ergo mutua est attractio, nempe planetæ attrahuntur a sole & viceversa sol trahitur a planetis, satellites tendunt in planetas primarios, & contra planetæ primarii in secundarios, ac proinde luna tendit in terram, & vicissim terra in lunam. Hanc mutuam lunæ tellurisque attractionem demonstrant astronomicæ observationes plurimæ, sed explicata astronomiæ doctrina tota res deinde facilius intelligetur; quare mutuam planetarum attractionem nunc generatim ostendere satis erit. Cum inter planetas primarios & secundarios, inter solem & planetas.

netas singulos actio sit reciproca, inter varios plenetas actionem quoque mutuam esse ex analogia naturæ colligi potest; hanc autem ratiocinationem, quæ non satis firma fortasse videbitur, confirmant errores in Saturni Jovisque motibus ex mutua illorum actione oriundi. Pro varia planetarum illorum distantia a sole & a se invicem, pro diversa illorum mutua & respectu solis positione, multæ in illorum motibus observantur inæqualitates, quæ nulli alteri causæ, quam mutuæ attractioni tribui possunt. Qua enim ratione alia fieri posset, ut planetæ illi pro varia positione suos motus turbarent? nisi vi aliqua attrahente, quæ in minoribus distantiis major est, in majoribus autem minor? Errores in Jovis & Saturni motibus sese facilius astronomis conspicuos præbent; certum enim est planetas illos esse reliquorum omnium longe maximos, ac proinde & major esse debet actio mutua; sed hujus attractionis legem in proximo articulo expendemus, & attractionis doctrinam magis ac magis declarabimus.

II. Vim attractivam qua sese mutuo petunt corpora cælestia, inter corpora terrestria etiam vigere ostenditur exemplo lunæ. Satis accurate ponunt astronomi lunam motu uniformi circa terram revolvi in circulo cujus radius æqualis est sexaginta semidiametris terrestribus. Itaque cum circulorum peripheriæ sint inter se ut radii, erit orbis lunaris circumferentia circuli maximi terrestris circumferentia sexagesies major. Inventa autem est circuli maximi terrestris circumferentia pedum Parisiensium

123249600.

123249600, ac proinde nota est orbis lunaris peripheria, quæ sexagesies major est. Jam vero tempus periodicum lunæ, quo nempe luna circa terram revolvitur, est dierum 27, horarum 7, minutorum primorum 43: quia autem motus ponitur uniformis, facile invenitur spatium dato aliquo tempore descriptum: V. G. minuti unius primi tempore. Sunt enim spatia velocitate uniformi percursa directe ut tempora, quare per *regulam trium* dicatur: tempus totum periodicum lunæ est ad tempus minuti unius primi ut tota lunaris orbis peripheria ad ejusdem orbis arcum tempore minuti primi descriptum: datis autem in proportione tribus terminis datur & quartus, ac proinde invenietur arcus minuti unius primi tempore descriptus, cujus arcus quadratum dividatur per lunaris orbis diametrum, habebitur, ex demonstratis lineola BC, hoc est, vis centripeta lunæ; hæc autem lineola inito calculo invenitur æqualis pedibus $15\frac{1}{12}$ Parisiensibus; nempe talis est vis centripeta lunæ in distantia a terra semidiametrorum terrestrium sexaginta, ut luna urgente vi illa tempore minuti unius primi versus terram descenderet per spatium pedum $15\frac{1}{12}$. Jam fingamus lunam accedere ad terram, erit velocitas lunæ sexagesies major, sunt enim velocitates reciproce, ut perpendiculares ex centro virium ad tangentes demissæ, hoc est in ratione semidiametrorum, ex hypothesi orbis circularis. Itaque luna prope ter-

ram

ram tempore ſexageſies breviori nempe minuto uno ſecundo deſcriberet pedes $15\frac{1}{12}$;
dato enim ſpatio velocitates uniformes ſunt inverſe ut tempora; ſed hoc idem ſpatium eodem tempore percurrunt gravia terreſtria: Igitur vis centripeta lunæ & vis centripeta terreſtris ſunt ejuſdem generis, cum eamdem utraque menſuram habeat, eamdemque directionem. Ergo luna graviaque terreſtria tendunt in terram atque etiam ſe mutuo trahunt corpora omnia terreſtria non ſecus ac faciunt cæleſtia, per legem analogiæ.

III. Non ſolum in ſe mutuo tendunt corpora, ſed etiam eadem vi mutua pollent omnes corporum partes; alioquin tota diſſolveretur corporum tellurisque compages. Illa autem attractio non ſolum mutua eſt, ſed etiam æqualis; etenim diſtinguatur terræ moles in binas quaſcunque partes vel æquales vel utcunque inæquales; jam ſi partium attractio mutua non foret atque etiam æqualis, attractio minor cederet majori, & partes conjunctæ recta moveri pergerent in infinitum. Partes igitur ſeſe mutuo æqualiter urgent, ita ut actioni ſemper æqualis ſit & contraria reactio; quæ quidem omnia allato jam antea magnetis exemplo illuſtrari poſſunt; quod autem dictum eſt de binis utcumque terræ ſectionibus, idem quoque intelligitur de aliis quibuſcunque corporum partibus. Itaque attractionem univerſalem demonſtrant phœnomena cœleſtia atque terreſtria, ita ut hanc naturæ legem in dubium vocare non poſſit ingenuus philoſo-

losophus, quæcunque sit attractionis causa, quam deinde variis in locis data occasione expendemus. Hæc doctrina mortalibus omnibus tamdiu ignota a Newtono tandem admirabili quadam felicitate in bono lumine collocata est. Extiterant sane qui ante ipsum attractionem nominarent, Keplerus qui motuum cælestium leges felicissime detexit, earum causas per *magnetismum* quemdam explicare conatus est. Verum quæ hac de re protulit tam incerta ratione deducta sunt & plerumque etiam ita sunt absurda, ut cum iis comparata quæ Newtonus certissima methodo invenit, pro nullis omnino haberi debeant. Hinc Newtonianæ doctrinæ parum doctos sese probant aliqui philosophi qui haud satis æqui rerum æstimatores inventionis gloriam hac in re Newtono eripere conantur.

Objicies: attractionis universalis doctrinæ maxime innititur prima Kepleri lege, qua nempe statuitur planetas primarios circa solem, secundarios circa primarios areas temporibus proportionales describere; atqui lex illa nequaquam observatur, imo attractionis doctrinæ repugnat omnino. Et quidem in motibus Jovis, & Saturni demonstrant observationes astronomicæ variationes plurimas quæ areas temporibus proportionales maxime perturbant. Tot mutationibus obnoxii sunt lunares motus ut nulli fere legi subjiciantur, easdem mutationes patiuntur satellites Jovis. Ergo &c.

Resp. Distinguo min. Lex illa non observatur *accurate* concedo min. *quamproxime*, nego min. & conseq. re quidem vera

erro-

erroribus plurimis obnoxii sunt corporum cælestium motus, sed errores illi attractionis doctrinam apprime confirmant; ut jam observavimus. Demonstratum quidem est areas temporibus proportionales esse; verum in hac demonstratione unius duntaxat corporis vim centripetam consideravimus, neque errores ex mutua aliorum corporum attractione oriundos æstimavimus. Porro Kepleri legem aliquantulum perturbat mutua planetarum attractio, & præsertim in Jove & Saturno ob majorem illorum massam. At aberrationes illæ in minoribus duntaxat planetarum distantiis conspicuæ fiunt; quo magis autem a se invicem recedunt planetæ, eo minores deprehenduntur errores, atque tandem evanescunt. Eadem est ratio cur variationes plurimas experiatur luna ob variam scilicet telluris solisque positionem, variamque illorum distantiam. Tandem varia Satellitum Jovialium positio diversaque distantia aliquam in illorum motibus mutationem afferre debent. Sed omnes illos errores ad calculum revocare norunt geometræ, quorum quidem diligentiam & peritiam demonstrat calculorum cum observationibus astronomicis summa consensio. Itaque ex præcedenti objectione nihil aliud colligi potest, nisi pro varia corporum massa variaque distantia, diversam quoque esse attractionem. Addere jam satis erit probatam quoque manere vim attractivam, etiam si corpora cælestia areas temporibus proportionales non describant; evidens enim est, ex demonstratis de virium compositione, sine vi aliqua centripeta nullum

lum fieri posse motum curvilineum quæcunque sit vis centripetæ directio; igitur curvilinei planetarum motus vim aliquam centripetam ac proinde attractionem demonstrant.

Instabis 1. Ex illa mutua attractione sequeretur universi systematis planetarii confusio; si enim planetæ se mutuo attrahant, progressu temporis in se mutuo præcipites ruere debent atque tandem in eamdem cum sole massam coalescere. Ergo &c.

Resp. Neg. Ant. cujus probatio tota facile evanescit, si attendamus planetas duabus viribus urgeri, una secundum directionem tangentis; altera autem centripeta. Et quidem sine virium illarum compositione nullum orbem curvilineum describi posse sæpius demonstravimus. Et certe sola vi centripeta in se mutuo ruerent corpora omnia, atque in rudem indigestamque molem tandem rediret totus hujus universi ordo. At omnipotenti divinaque manu ita inter se temperati fuerunt cælestes motus, ut planetæ in orbibus suis circa solem certa & admiranda lege regantur atque retineantur.

Instabis 2. Stellæ fixæ eamdem perpetuo a se invicem distantiam servant, suisque locis immotæ manent; iis ergo nullus impressus est motus, ac proinde sola remaneret vis centripeta, qua stellæ fixæ & in unum tandem coirent globum. Itaque sic argumentari licet: Universam Mundi compagem perturbaret attractio illa qua stellæ fixæ in se mutuo tendunt atque in unicam tandem coalescerent massam; atqui &c. Ergo &c.

Resp.

Resp. Neg. min. Etiamsi nullus stellis fixis impressus fuerit motus; tanta tamen esse potest stellarum a se invicem distantia, ut mutua attractio, quam ex distantia pendere observavimus omnino evanescat.

Praeterea certissimum est stellas esse totidem soles proprio lumine fulgentes, circa quos probabilissimum est revolvi non secus ac circa solem nostrum diversa planetarum systemata. Si autem haec fiat hypothesis jam facile intelligitur stellas singulas in proprio virium centro quiescere vel nihil fere moveri, atque ex systematum omnium conjunctione & aequilibrio, sua mundanae machinae constabit firmitas; luculentissimum sane divinae intelligentiae & omnipotentiae argumentum.

Instabis 3. Attractio universalis inter corpora terrestria sese conspicuam praeberet; globi duo in ipsa telluris superficie magno etiam dissiti intervallo ad se mutuo tenderent, atque tandem ad contactum pervenirent; non secus ac faciunt magnes & ferrum; atqui mutuus ille accessus non observatur: Ergo &c.

Resp. Nego maj. Corpora quaelibet tendunt in se mutuo, sed tendunt quoque in terram. Porro attractionem universalem ex quantitate materiae pendere jam observavimus, illamque attractionem, caeteris paribus, esse ut quantitatem materiae, in proximo articulo demonstrabimus. Itaque cum quantitas materiae in terra immense superet quantitatem mataeriae in praedictis globis, patet attractionem globorum versus terram esse

esse fere infinite magnam, si conferatur cum mutua globorum attractione, quę proinde tantilla est ut sentiri nequaquam possit. At si tanta sit corporum massa ut cum ipsa quantitate materiæ in terra, satis magnam habeat rationem, jam sub sensus cadere poterit attractio. Magna observationum subtilitate hanc attractionem expertus est D. Bouguer unus ex doctissimis Parisiensibus academicis, qui laboriosum æternaque fama dignissimum iter aggressi sunt ad definiendam telluris figuram. Prope ingentem montem in Peruvio, qui dicitur *chimboraco* pendulum constituerat vir clarissimus; observavit autem filum penduli septem minutis secundis cum dimidio a perpendiculo aberrare, ab ipso scilicet monte attractum. Quo autem artificio & quanta diligentia usus fuerit D. Bouguer, legere est in eximio opere de figura telluris. Quod autem spectat exemplum magnetis & ferri, ad præsentem casum trahi non potest. Agitur enim de attractione universali, attractio autem magnetica est alterius plane generis, & ad magnetem ferrumque duntaxat pertinet. Hæc pauca dicta sint de attractione universali, quæ quidem ex tota hujus capitis serie magis ac magis intelligetur, sed confirmabitur maxime, dum suo loco astronomicum systema explicabimus.

AR-

ARTICULUS II.

De prima attractionis lege.

I. AD investigandam attractionis legem virium centralium doctrinam in circulo considerabimus; hanc facili ratiocinatione demonstravit Newtonus. Ponamus corpora duo in circulorum peripheriis revolvi; haberi possunt circuli illi tanquam polygona similia, ex lateribus numero infinitis & infinite parvis composita. Quare moveri intelligantur corpora in polygonorum suorum latere aliquo, seclusa vi centripeta secundum hujus lateris directionem pergerent in infinitum; dum ergo ex latere uno polygoni in aliud latus proxime contiguum transeunt, vi centripeta in polygoni angulum incurrunt. Vis autem, qua polygoni angulum feriunt, est quantitas motus, nempe ictus magnitudo est ut massa per velocitatem multiplicata, eritque vis centralis tota ut magnitudo ictus, & numerus ictuum simul. At quo major est velocitas & quo minor circumferentia circuli, eo major est ictuum numerus eodem tempore; ergo numerus ictuum est ut velocitas directe, & circumferentia inverse. Quare vis centralis, quæ est ut ictus magnitudo & numerus ictuum conjunctim, erit in ratione composita directa quantitatis motus & velocitatis, atque inversa radii, sive quod idem est, ut productum ex massa in quadratum velocitatis divisum per radium. Plurimæ leguntur hujus principii demonstrationes, sed hanc

anteponimus, quæ ex ipsa virium centralium natura facile derivatur. Jam corporum massæ dicantur M, m, circulorum circumferentiæ C, c, velocitates V, v, tempora T, t, vires centrales F, f, circulorum radii R, r. Erit $F : f = \frac{MV^2}{R} : \frac{mv^2}{r}$. Quia vero in circulo velocitates sunt uniformes ac proinde ut spatia descripta sive circumferentiæ directe, & tempora inverse, erit $V : v = \frac{C}{T} : \frac{c}{t} = \frac{R}{T} \frac{r}{t}$, ob circumferentias radiis porportionales. Quare tandem habebitur $F : f = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$; jam ponantur massæ æquales, itemque tempora æqualia, erunt vires centrales ut circulorum radii. Fingantur vires centrales decrescere ut crescunt quadrata distantiarum a centro, hoc est, ponantur vires centrales in ratione duplicata inversa distantiarum, erunt $F : f = \frac{M}{R_2} : \frac{m}{r^2}$, ac proinde in proportione præcedenti $F : f = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$, erit $\frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2} = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$, positisque massis M, m æqualibus fiet $\frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2} = \frac{R}{T^2} : \frac{1}{t^2}$, ideoque $R_3 : r_3 = T^2 : r_2$, hoc est, cubi distantiarum sunt, ut temporum qua-

quadrata, si vires centrales fuerint, ut distantiarum quadrata inverse. Et viceversa, si ponantur cubi distantiarum, ut temporum quadrata, erit in præcedenti analogia F, $f = \frac{R}{R^3} : \frac{r}{r^3} = \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2}$. Nempe vires centrales sunt ut quadrata distantiarum reciproce. Probe autem tenendæ sunt hæ duæ virium centralium leges quibus tota innititur Astronomia. Prima: *Si corporum in circulis revolventium vires centrales fuerint in ratione duplicata inversa distantiarum a centro, erunt temporum periodicorum sive revolutionum quadrata ut cubi distantiarum*. Secunda: *Si temporum periodicorum quadrata fuerint ut cubi distantiarum, erunt vires centrales in ratione duplicata inversa distantiarum*. Demonstratæ hactenus virium centralium leges virorum non geometrarum oculis repræsentari solent ope machinæ, quæ virium centralium machina solet appellari. Hanc autem machinam utpote oculis melius quam explicatione ulla usurpandam prætermittimus.

II. His demonstratis de viribus centralibus in circulo, jam sit:

CONCLUSIO.

Attractionis universalis lex est ut corpora omnia sese attrahant in ratione directa massarum, & duplicata inversa distantiarum.

Dem. 1. Observationes astronomicæ ostendunt planetas circa solem revolvi, & temporum periodicorum quadrata esse inter se,

ut sunt cubi distantiarum a sole. Porro quamvis planetæ revolvantur in ellipsibus, quarum focum communem sol occupat, in curvis tamen circulo finitimis sine magno errore fingi potest corpora cælestia suas revolutiones absolvere. Genuinas planetarum orbitas in astronomia deinde considerabimus. Hæc temporum periodicorum & distantiarum ratio, quæ celeberrimo *Keplero* debetur, appellari solet: *Lex secunda Kepleri*. Hanc autem legem non solum servant planetæ primarii circa solem, sed etiam planetæ secundarii circa primarios. Mutuam planetarum perturbationem, lunaresque inæqualitates laboriosissimo & fere insuperabili calculo in hac attractionis lege nuperrime investigarunt doctissimi viri, & calculum cum observationibus astronomicis accurate consentire testantur diligentissimi Astronomi; imo eo pervenit, quod sperare vix fas erat, doctissimus mihique amicissimus dominus *Clairaut*, ut cometarum reditum prædicere astronomos docuerit; neque celeberrimi viri laborem fefellit eventus, cum anno 1759, paucorum dierum intervallo a calculis aberraverit reditus cometæ qui anno 1682 apparuerat. Quæ cum ita sint, Newtonianam attractionis legem demonstrant observationes astronomicæ, neque eam in dubium vocare possunt qui demonstrationis vim sentiunt.

II. Eamdem attractionis legem terrestribus quoque corporibus convenire ex analogia naturæ colligi potest; at rem ipso corporum terrestrium exemplo ostendemus. Quod ut fiat, in memoriam revocandum est

vim

vim centripetam lunæ esse ejusdem generis cum gravitate terrestri; vi enim centripeta describeret luna pedes $15 \frac{1}{12}$ minuto uno secundo, non secus ac faciunt corpora terrestria. Jam vero investigari poterit spatium vi eadem centripeta lunari prope terram descriptum tempore minuti unius primi seu minutorum secundorum sexaginta; etenim compertum est experimentis gravia terrestria hac lege descendere, ut nempe spatia descripta semper sint ut quadrata temporum, quare per regulam trium dicatur $1'' : 15 \frac{1}{12} = 60 \times 60'' : 15 \frac{1}{12} \times 60 \times 60''$; in hac proportione virgulæ,, designant minuta secunda, quemadmodum virgula, designare solet minuta prima. Itaque spatium minuti unius primi tempore prope terram a luna descriptum erit $15 \frac{1}{12} \times 60 \times 60''$; sed spatium a luna eodem tempore descriptum in distantia a terra semidiametrorum 60 est $15 \frac{1}{12}$. Quare cum vires sint ut spatia iisdem temporibus descripta, erit vis centripeta lunæ in telluris superficie ad vim centripetam in distantia semidiametrorum terrestrium sexaginta, ut $15 \frac{1}{12} \times 60 \times 60$ ad $15 \frac{1}{12}$ seu ut 60×60 ad 1; quare si semidiameter terrestris repræsentetur per 1, erit distantia mediocris lunæ a terra ut 60, ac proinde 60×60 erit hujus distantiæ quadratum. Quare cum quadratum unitatis sit 1, erit vis centripeta lunæ in su-

ſuperficie telluris ad vim centripetam lunę in diſtantia mediocri a terra, ut mediocris diſtantiæ quadratum ad quadratum ſemidiametri terreſtris, hoc eſt, in ratione duplicata inverſa diſtantiæ. Itaque eadem lex obtinet quoque in corporibus terreſtribus. Porro obſervandum eſt attractionem conſiderari poſſe vel in corpore attrahente, vel in corpore quod attrahitur. Si primum, vis illa *attractionis* nomen retinet; ſi ſecundum, *gravitas* appellatur. Quia autem omnis attractio mutua eſt, patet hanc eſſe univerſalem gravitatis legem, ut nempe ſe habeat in ratione directa maſſæ, & duplicata inverſa diſtantiæ.

Objicies. Prædictam attractionis legem demonſtrare non poſſunt aſtronomorum calculi atque obſervationes, niſi cognitæ ſint planetarum maſſæ, ita enim componi poteſt maſſarum & diſtantiarum ratio ut eadem prodeant phænomena; atqui cognita non eſt planetarum maſſa; qua etenim ratione corporum remotiſſimorum maſſæ explorari, atque, ut ita dicam, ponderari poſſunt? Ergo &c.

Reſp. Nego maj. & min. Et 1. quidem ut definiri poſſit lex attractionis, ſatis eſt ex obſervationibus aſtronomicis innoteſcere curvilineas planetarum orbitas, illorumque tempora periodica; ut ex præcedentibus demonſtrationibus patet: ſed hæc duo certiſſimis obſervationibus conſtant; ergo ad determinandam generalem gravitatis legem neceſſarium non eſt perſpectas eſſe planetarum maſſas. 2. Quamvis imperito hominum vulgo res abſurda videatur planetarum maſ-

massas ad calculum revocare, geometris tamen non desunt methodi quibus id obtinere possunt. Methodum ex præmissis principiis facile colligendam hic explicare non abs re erit. Sint planetæ duo M, m, quos comitentur Satellites ad distantias A, a, revolventes temporibus T, t, erunt Satellitum vires centripetæ $\frac{M}{A^2}, \frac{m}{a^2}$: sunt enim attractiones versus M, m, in ratione directa corporis attrahentis, & duplicata inversa distantiæ. Præterea vis centrifuga æqualis est vi centripetæ, & Satellitum vires centrifugæ sunt $\frac{A}{T^2}, \frac{a}{t^2}$ (ex dem). Quare erit $\frac{M}{A^2} : \frac{m}{a^2} = \frac{A}{T^2} : \frac{a}{t^2}$. Hinc data ratione A ad a, & T ad t, dabitur quoque ratio M ad m, nempe ratio massarum in duobus planetis primariis. Itaque hoc modo innotescere poterit ratio massarum in Jove, Saturno, Terra, & Sole ipso; illi enim planetæ suos habent Satellites, ne excepto quidem Sole, circa quem planetæ tanquam Satellites revolvuntur: præterea etiam datur ratio distantiarum Satellitum a planetis primariis, atque eorumdem Satellitum tempora periodica. Ex his principiis innotuit quantitates in Sole, Jove, Saturno, & terra esse inter se ut numeri sequentes 1 $\frac{1}{1067}, \frac{1}{3021}, \frac{1}{169282}$. Verum hæc methodus

valet duntaxat in planetis, qui Satellites habent; hinc in Mercurio, Venere, & Marte, cum Satellitibus careant, quantum hactenus per observationes judicium ferre licet, non ita accurate innotescit massarum ratio. Hanc quidem methodum breviter indicare placuit tum ob rei ipsius utilitatem, tum ut vobis demonstretur superba quorumdam hominum imperitia, qui velut absurdum ridiculumque traducunt, quod ipsi non intelligunt; a quo quidem gravissimo errore vos longe alienos volo.

Instabis 1. Lex attractionis in ratione distantiarum duplicata decrescentis, contraria omnino est gravitatis terrestris legi. Etenim experimentis constat vim gravitatis in eodem terræ loco, & in diversis a tellure distantiis, eamdem manere; si corpus aliquod manu sustineamus sive in summa turri, sive in ima, eamdem pressionem sentimus: crassior quidem est hæc æstimatio; at res accuratius definiri potest, si in summa turri stateræ brachiis imponantur corpora duo, quæ sint in æquilibrio, deinde corpus alterum e lance ipsa filo suspendamus, ac paulatim demittamus, æquilibrium manere experiemur in diversis etiam a terra distantiis. Quare sic argumentari licet. Attractio illa non decrescit in ratione distantiarum duplicata, quæ in diversis a tellure distantiis eadem observatur; atqui &c. Ergo &c.

Resp. Distinguo maj. Si distantiarum differentia fuerit satis magna, concedo maj. Secus, nego maj. D. M., nego consequentiam. Quamvis gravitas terrestris decrescat

in

in ratione distantiarum duplicata a centro telluris, in exiguis tamen a terra distantiis gravitatem terrestrem velut constantem & perpetuo eamdem considerare licet. Etenim tantilla est distantiarum in quibus experimenta sumi possunt differentia ut pro nulla omnino haberi debeat, si cum integra telluris semidiametro conferatur, quod exemplo patebit. Ponamus haberi experimentum in vertice montis omnium altissimi insularum Canariarum dicti *Pico de tenerif*, cujus altitudo sit trium milliarium. Jam vero semidiameter telluris ponatur circiter quatermille milliarium, sumptis quadratis erit gravitas in montis vertice ad gravitatem in montis radice ut 16000000 ad 16024009, qui quidem ratio est quam proxime ratio æqualitatis, ita ut gravitatis differentia nullo experimento sentiri possit. Cæterum de gravitate constante illiusque directione tractabimus in capite sequenti; quare hæc pauca dicta sint.

Instabis 2. Ad demonstrandam gravitatis legem hac ratiocinatione utuntur plerique physici. Sit A, (Fig. 5.) punctum a quo undique emanet qualitas quælibet secundum rectas AB, AC, AD &c. per totum spatium indefinite protensas. Jam vis hujus qualitatis decrescit in ratione duplicata distantiæ, nempe erit vis illa in D, ad vim in G, ut quadratum distantiæ AG, ad quadratum distantiæ AD. Etenim cum (ex hypothesi) qualitas undique in orbem per lineas rectas diffundatur, evidens est qualitatis hujus vim seu intensitatem eo majorem esse quo majori copia confertius-

que accumulantur ejusdem qualitatis radii; sed cum idem sit in unaquaque superficie HDB, GEK radiorum numerus, patet radios illos eo confertiores esse quo minor est circulorum superficies, ita ut spissitudo sive densitas radiorum semper sit in ratione reciproca superficierum; sed circulorum superficies sunt in ratione duplicata radiorum, ergo virtus ex centro propagata, quæ est circulorum superficies reciproce, erit ut quadratum distantiæ a centro inverse. Hoc argumento utuntur physici fere omnes, & ad solis planetarumque attractiones allatam demonstrationem transferunt; quod quidem quam perperam faciant facile patet; fingunt enim attractionem effluviorum instar propagari: Ergo &c.

Resp. Ad totam hujus argumenti seriem frustra nobis objici præcedentem demonstrationem, quam non solum non adhibemus, sed contra longe rejicimus; & quidem reprehendi omnino debet talis hujus demonstrationis usus, qui tamen in plerisque physicorum libris legitur. Præcedens demonstratio transferri quidem potest ad propagationem luminis, cujus intensitas decrescit in ratione duplicata distantiarum a puncto radiante; verum proculdubio errant physici qui de omnibus qualitatibus a dato puncto in sphæram diffusis eamdem legem pronuntiant. Et certe id verum non est nisi addatur qualitatem illam progredi motu uniformi & nullam ejus partem sisti vel dissipari. Si enim celeritas mutetur, radii qui dato aliquo tempore in orbe uno includuntur, non continebuntur in orbe altero,

tero, sed magis vel minus prout vel retardabitur motus vel accelerabitur. A vero igitur aberrant qui ad æstimandam quantitatem odoris e dato globo emissi, assumunt odoris intensitatem decrescere in ratione duplicata distantiarum. Neque enim verisimile est motu uniformi recta progredi odoriferas particulas quarum plurimæ circa ipsum corpus a quo emanant, hærent ipsi aeri admixtæ, aliæ autem spirante vento inde avelluntur & longius abeunt. Sed multominus ad definiendam attractionis legem trahi potest præcedens demonstratio; & quidem attractio considerari non potest qualitatis instar per radios diffusæ. Præterea intelligi nequaquam potest quid ad attractionem conferre valeat illa corpusculorum emissio. Hanc objectionem afferre placuit ut moneantur studiosi adolescentes philosophicis ratiocinationibus non temere & non sine examine credendum esse.

ARTICULUS III.

De altera attractionis specie.

I. IN præcedenti articulo illam duntaxat consideravimus attractionem quæ inter magna corpora & ad distantias satis magnas exercetur; at inter minimas corporum particulas in ipso contactu & in minimis intervallis viget potentissima attractio cujus legem investigabimus. Sed præmittenda sunt experimenta aliqua. Inter minimas fluidorum particulas mutuam attractionem exerceri demonstrant ipsa guttarum fluidarum te-

tenacitas atque rotunditas; duæ guttæ fluidæ in minima distantia sese attrahunt & in majorem guttam coalescunt: eamdem mutuam attractionem inter corpora dura & fluida ostendunt etiam experimenta. Si lamella vitrea superficiei aquæ admoveatur, ita ut ipsam aquam lambat, non sine conatu aliquo lamellam ab aqua distrahi posse sentiemus, nempe per totam lamellæ superficiem minimæ aquæ columnæ adhærescunt, quæ tandem, aucta vel tantisper distantia, proprio pondere relabuntur. Neque prætermittenda sunt præclarissima de lucis inflexione & attractione experimenta. Si in cubiculo undique clauso & satis tenebroso per foramen exiguum admittantur solares radii qui deinde prope corporis alicujus aciem transeant, radius aciei proximior vi maxima a corpore attrahetur atque inflectetur & postea reflectetur; ordine succedent radii alii qui attrahentur minus, donec crescente paululum distantia, oculorum aciem fugiat attractio. Inter corpora dura eamdem attractionis speciem vigere demonstrant vulgatissima experimenta. Si duæ lamellæ vitreæ sibi invicem arcte apprimantur, lamellas illas non sine magno conatu a se mutuo avelli posse experiemur, atque etiam attractionem quamdam sentimus licet subtilissimis filis separatę sint lamellæ: sed crescente tandem filorum crassitie, attractio omnis evanescit. Probe notari debent hæc experimenta illorumque conditiones; in omni corporum specie inter corpora quælibet hæc attractio exercetur, sed ea conditione ut in contactu &

prope

prope contactum sit maxima, in distantiis autem etiam valde exiguis evanescat.

II. Demonstrata in articulo precedenti attractionis lex descriptis experimentis satisfacere non potest. Etenim intelligantur coni similes PAEa, PMBm, quorum vertex communis P (Fig. 6.); ponantur singulæ conorum partes attrahi versus P, in ratione duplicata inversa distantiarum; fingaturque conos illos dividi in superficies innumeras sphæricas, erit attractio superficiei Mm ad attractionem superficiei Aa, ut superficies ipsæ directe & quadrata distantiarum inverse, ex hypothesi. Sunt autem superficies ut quadrata diametrorum, & ob triangula PMm, PAa similia, diametri sunt ut distantiæ, ergo attractiones sunt ut quadrata distantiarum directe, & earundem distantiarum quadrata inverse, nempe attractio superficiei Aa erit ad attractionem superficiei Mm, ut $\frac{PA^2}{PA^2}$ ad $\frac{PM^2}{PM^2}$ hoc est, ut $\frac{PA^2}{PA^2}$ ad $\frac{PA^2}{PA^2}$ scilicet in ratione æqualitatis. Quare si attractio, quæ in distantia qualibet eadem manet, dicatur A, erit attractio coni truncati MmAa ad attractionem coni PMm ut A × MA ad A × PM, sive ut MA ad PM; ac proinde si fuerint PM, MA æquales, attractio in contactu P haud erit validior, quam in qualibet a contactu distantia, quod quidem manifeste repugnat recensitis experimentis.

III. Prima attractionis species, de qua in articulo præcedenti sermonem habuimus, pen-

pendet ex quantitate materiæ; at præsens attractio in minimis duntaxat exercetur intervallis, ac proinde ad eas non extenditur ejusdem etiam corporis particulas, quę sunt a contactu longius positæ. Itaque licet hæc attractio certam quoque distantiarum legem servare debeat, illæ tamen distantię non a corporum centro, sed ab ipsa superficie computandæ sunt, atque hoc alterum est discrimen inter utramque attractionis speciem. Etenim dum in præcedenti capite diximus attractionem esse in ratione duplicata inversa distantiæ, hanc distantiam ab ipsa corporum superficie æstimare non licet, nisi corporum diametri cum mutua corporum distantia comparatæ rationem valde exiguam habuerint, quod quidem in pręcedenti capite ponebamus. Jam vero mutuam sphærarum attractionem considerabimus. Intelligatur corpusculum aliquod extra sphæram positum & a singulis sphæræ particulis attractum in ratione distantiarum duplicata inversa. Fingatur sphæram illam condensari ita ut tota coeat in centrum; partes anteriores a corpusculo recedentes aliquam vis attractivæ partem amittunt in ratione scilicet duplicata semidiametri, sed hanc mutuam attractionem lucrantur partes aliæ oppositæ, ita ut attractionis decrementum ex una parte, incremento ex parte altera compensetur; quare eadem manet attractio tota sive partes circa centrum dispergantur, sive in centro colligantur. Quia vero quælibet materiæ particula aliam quamlibet attrahit in ratione duplicata inversa distantiæ, evidens est corpusculum in utro-

que

que casu eadem lege a sphæra attrahi, nempe in ratione duplicata inversa distantiæ a centro. Cum eadem ratiocinatio de sphæris duabus institui possit, patet sphæras duas sese mutuo attrahere in ratione duplicata inversa distantiarum a centro non vero ab ipsa superficie. Hanc attractionis legem ratiocinatione magis geometrica demonstrant philosophi, qui attractionis doctrinam sublimiori modo explicant, nobis vero qui breves, sine obscuritate tamen, fieri laboramus, satis sit facilem exposuisse ratiocinationem, minus tamen accuratam quę ad omnium captum sit accommodata. Jam vero utriusque attractionis constituto discrimine, sit:

CONCLUSIO.

Præter attractionis legem in ratione distantiarum duplicata descrescentem, admittenda est lex alia in ratione plusquam duplicata decrescens.

Demonst. 1. Attractio illa satis non est quæ omnibus attractionis effectibus non satisfacit; atqui &c. ergo &c. major est evidens. Minor autem patet ex phœnomenis modo recensitis, & ex aliis jamjam declarandis. Si vis attractiva decresceret in sola ratione duplicata distantiarum, paulo major foret vis illa in contactu, quam in exiguis a contactu distantiis, quod repugnat experimentis. Harum virium rationem ex radiorum lucis inflexione calculo æstimavit Newtonus, & invenit in mini-

nimis a contactu distantiis attractionem esse ad vim gravitatis ut 1000000000000000 ad unitatem ; quæ quidem tanta virium differentia eidem attractionis legi tribuenda non est.... 2. Quoniam hæc vis attractiva in contactu duntaxat vel prope contactum exercetur, evidens est corporis attrahentis massam ad majorem attractionem nihil conferre, sed contactus magnitudini attractio illa proportionalis est. Quia tamen minimæ particulæ non longe a contactu, neque extra ipsos attractionis limites sunt positæ, attractionem auget minimarum particularum densitas. Hinc si marmora duo jungantur, & oleo vel pice aut etiam aqua perfundantur, validius inter se cohærent, ob auctam contactus magnitudinem. Augetur cohæsio si calefiant liquores quibus superficies imbuuntur: hoc enim artificio poros altius penetrant liquorum particulæ, minima interstitia facilius subeunt, augetur minimarum partium densitas, ideoque & attractio. En alterum utriusque attractionis discrimen ; prima enim attractio quantitati materiæ proportionalis est, non autem contactus quantitati. Itaque in minimis particulis attractio est ut densitas particularum & superficies simul, cæteris paribus; quia vero superficies sunt ut quadrata diametrorum , soliditates autem ut earumdem diametrorum cubi , evidens est minimas particulas, quæ ratione soliditatis majorem habent superficiem, fortius cohærere; contra corpuscula quorum minor est contactus, quales sunt minimi globuli eximie perpoliti, facilius a se invicem dis-

stra-

ſtrahuntur; atque hinc fluiditatis rationem reddunt aliqui phyſici: ſed hac de re in phyſicæ progreſſu ſermonem habebimus.

Si quis autem a nobis requirat talem attractionis legem, quæ in minimis magniſque diſtantiis poſſit phænomenis ſatisfacere, haud difficile erit demonſtrare innumeras eſſe poſſe hujus attractionis leges; quænam vero in rerum natura obtineat nulla experimentorum ſubtilitate definiri poteſt. Legem unicam in exemplum afferre ſatis erit. Ponamus legem attractionis ex duobus terminis eſſe compoſitam, quorum primus ſit ut quadratum diſtantiæ inverſe, alter autem ut diſtantiæ cubus etiam inverſe. Jam ſi diſtantia dicatur D, erit in hac hypotheſi lex attractionis $\frac{A}{D^2}+\frac{A}{D^3}$, litteræ A, B deſignant quantitates quaslibet finitas. Fingamus diſtantiam minimam ſeu infiniteſimam, erit D^2 quantitas infiniteſima ordinis ſecundi, D^3 quantitas infiniteſima ordinis tertii; quare evidens eſt quantitatem $\frac{B}{D^3}$ eſſe infinitam, ſi conferatur cum $\frac{A}{D^2}$, ac proinde in diſtantiis minimis evaneſcit ratio duplicata inverſa diſtantiæ. Rurſus ſi diſtantia ponatur valde magna, erit D^3 quantitas maxima ſi conferatur cum D^2. Igitur $\frac{B}{D^3}$ erit quantitas minima reſpectu $\frac{A}{D^2}$, ideoque in diſtantiis maximis ſola valebit ratio duplicata inverſa diſtantiæ. Quare ſi talem fingamus attra-

tractionis legem ex duobus terminis compositam, quorum unus exprimat rationem duplicatam inversam distantiarum, alter autem inversam triplicatam, evidens est talem legis compositionem ita se habere ut in contactu minimisque distantiis sola vigeat attractio in ratione triplicata inversa, in distantiis autem paulo majoribus sola supersit attractio in ratione inversa duplicata. At diligenter observandum est propositam attractionis legem exempli loco duntaxat habendam esse; infinitæ enim hujusmodi leges excogitari possunt. Præterea si proposita lex accurate servaretur, attractio in contactu tanta foret ut corporum cohæsio nullo pondere frangi posset; foret enim cohesio respectu gravitatis infinita, quod est absurdum. Igitur patet hanc attractionis legem considerari posse tanquam exemplum, quo intelligatur minime repugnare talem attractionis legem ex ratione duplicata inversa distantiarum compositam & ex alio termino, ita ut in contactu vel prope contactum secundus legis terminus habeat ad primum rationem valde magnam, non tamen infinitam; contra autem in distantiis paulo majoribus, primus terminus ad secundum habeat rationem valde magnam sed tamen finitam; verum, ut jam supra observavimus, legem hanc licet reipsa existentem & minime commentitiam nemini divinare hactenus licuit, neque unquam fortasse licebit.

Objic. Admittenda non est lex illa, quæ analogiæ naturæ repugnat, atqui &c. ergo &c.... Probo minorem. Universalissima

ma naturæ lex eſt attractio decreſcens in ratione duplicata diſtantiarum. Repugnante ergo analogia naturæ, alia fingitur lex omnino ignota & mere arbitraria.

Reſp. nego min. Ad cujus probationem dico optimam quidem philoſophandi regulam eſſe naturæ analogiam, ſed ea abutendum non eſſe; neque enim contra hanc philoſophandi regulam peccatur ſi alias admittamus leges, quas phœnomena omnino poſtulant. Pręterea ſimplicitati & analogiæ naturæ minime obſtat prædicta lex ex duobus terminis compoſita; hæc enim tanquam ſimpliciſſima & unica naturæ lex haberi debet. Sed quidquid ſit, ſupremo rerum omnium Creatori leges quis audebit pręſcribere? Deus optimus maximus eas quas & quot voluit leges ad conſequendos in creatione præſtitutos fines ſapientiſſime conſtituit. Et certe vis magnetica & electrica ad generalem attractionis legem revocari nequaquam poteſt. Itaque analogia naturæ perperam abuteretur, qui omnia attractionis phœnomena ad unicam legem reducere tentaret. Natura quidem ſimplex eſt, ſed ſimplicitatem hanc ſolus novit ſupremus naturę auctor, qui res omnes illarumque relationes unico intuitu perſpicit: naturæ ſimplicitatem intueri datum non eſt nobis mortalibus, qui facta duntaxat ſeorſim conſideramus, ſed rerum cauſarumque nexum ignoramus.

Inſt. 1. Demonſtrant geometræ ſingulas ſphærarum particulas ipſasque etiam ſphæras attrahi in ratione duplicata inverſa diſtantiarum. Ita telluris globus ſuam attractio-

ctionem exercet in ratione duplicata inversa distantiæ, & singulæ globi terrestris particulæ eamdem servant attractionis legem; at si lex attractionis ex duobus componatur terminis, jam attractio particularum & sphæræ totius eadem non est: Ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego min. Eamdem quidem legem attractionis in sphærarum particulis demonstrant geometræ & nos quoque facili ratiocinatione ostendimus. At corporis totius singularumque partium eamdem esse legem in solis sphæris duntaxat invenerunt physici; minime vero in sphæroidibus aliisque corporibus, quæ in rerum natura occurrunt. Et quidem si ponamus singulas materiæ particulas, quæ corpus aliquod componunt trahere punctum quodlibet datum ad distantiam quamlibet, evidens est singulas corporis attrahentis particulas respectu puncti attracti diverse positas esse, ac proinde particularum vires diversam habere directionem diversamque mensuram. Quare cum attractio tota versus punctum aliquod nihil aliud sit quam vis unica ex viribus singulis resultans & in datam directionem unicam composita, patet in diversis corporibus pro varia partium positione diversam quoque esse posse attractionis legem. Et requidem ipsa hæc attractionis lex in ratione scilicet directa massæ & duplicata inversa distantiæ in paucissimis duntaxat corporibus obtinet: E. G. in sphæris utcumque magnis, quod jam demonstratum est. Tandem hæc objectio ad nostræ conclusionis sensum minime accommo-

modata est: requidem vera singulæ sphærarum particulæ & sphæræ ipsæ a puncto aliquo attrahuntur in ratione duplicata inversa distantiarum, sed in hac conclusione sermo est de mutua particularum attractione inter se & in minimis distantiis vel in contactu.

Instabis 1. Ex præcedenti responsione sequeretur nulla corpora vel saltem paucissima sese attrahere in ratione distantiarum duplicata; etenim hanc attractionis legem in solis sphæris invenerunt geometræ. Atqui id repugnat alteri conclusioni in qua prædictam attractionis legem constituimus: Ergo &c.

Resp. Nego min. Hanc quidem attractionis legem in corporibus cælestibus vigere ex observationibus astronomicis demonstravimus. Nec minus invicte in corporibus terrestribus eamdem attractionem ostendimus. Corpora scilicet trahuntur a terra in ratione duplicata inversa distantiarum & viceversa. Neque obstat corporum terrestrium figura, si enim corpora illa conferantur cum tota telluris massa, velut corpuscula minimæque particulæ haberi debent, illorumque proinde negligenda est figura. Quod autem spectat terræ corporumque cælestium figuram, eam velut proxime sphæricam considerare licet. Quamvis ergo paucissima sint corpora in quibus lex illa accuratissime servari possit, hanc tamen legem physice obtinere certissimum est.

Instabis 3. Ex attractionis lege in ratione triplicata inversa distantiæ id colligeretur, corpora duo quælibet in minimis

di-

distantiis sese validissime attrahere & ad contactum tandem pervenire. Præterea corpora duo contigua tenacissime cohærerent & vi infinita; atqui hæc duo experimentis repugnant: Ergo &c.

Resp. Nego maj. Viget quidem potentissima attractio inter minimas particulas in minimis distantiis. At si corpora nimia fuerint, vis attractiva in proximis duntaxat minimisque particulis residet. Porro si corpora duo eadem vi moveantur, velocitates illorum sunt in ratione inversa massarum; quare si corpora duo dicantur A, B, minimæ particulæ c, d, velocitas qua corpus A tendit ad B, est ad velocitatem qua particula c solitarie spectata tenderet ad d, ut particula c ad corpus A; igitur ob corporis magnitudinem fere infinitam respectu particulæ; patet inter magna corpora hanc alteram attractionis speciem ne in minimis quidem distantiis exerceri posse; atque hinc aliqui philosophi rationem reddunt principii chimici: *Sales non agunt nisi soluti*. Tandem neque in contactu inter corpora quælibet viget attractio. Etenim attractio illa est ut contactus magnitudo directe & ut cubus distantiarum inverse. Quare si contactus magnitudo fuerit valde exigua & fere infinite parva, jam patet attractionem fore etiam infinite parvam vel nullam. Neque in ullo casu attractio erit infinita; probe enim meminisse oportet, quod jam monuimus, rationem triplicatam distantiarum exempli loco duntaxat habendam esse; admittenda est lex attractionis quæ non solum aliquam distantiarum dignitatem contineat,

sed

fed alias quoque tali modo admixtas habeat quantitates ut attractio in contactu fit valde magna, non autem infinita. Talis autem quantitatum permixtio appellari solet ab Algebristis *functio*. Porro evidens est innumeras fingi posse distantiarum functiones quæ huic conditioni satisfaciant. Quidquid ergo hactenus diximus non in eo sensu intelligendum est quasi veram hujus attractionis legem determinare velimus; hoc unum nobis erat demonstrandum, præter legem attractionis in duplicata distantiarum ratione decresentis, aliam quoque legem admittendam esse.

Instabis 4. Corpuscula aliqua in contactu, & in minimis distantiis sese repellunt, quod quidem patet corporum elasticorum exemplo & maxime radiorum solarium reflexione; imo non desunt subtilissimi doctissimique philosophi qui vim attractivam in omnium corporum particulis ad certos usque limites admittunt; quam vim attractivam deinde in repulsivam abire affirmant, ita ut nullus omnino sit in rerum natura physicus immediatusque contactus. Unde sic argumentari licet. Tanquam universalis naturæ lex admitti non debet attractio, si corpuscula aliqua, imo omnia secundum aliquos philosophos, vim repulsivam demonstrent; atqui &c. Ergo &c.

Resp. Nego maj. Vis attractiva negari non potest ab iis etiam philosophis, qui in omnibus corporum particulis vim repulsivam admittunt. Certissimum quidem est sese repellere minimas quorumdam corporum particulas, quidquid sit vis illa expulsiva; sed

re-

repulsio præcedentem attractionem non excludit; imo ex vi attractiva originem habere repulsionem affirmant nonnulli, quod deinde fusius explicabimus ubi sermo erit de corporum elasticitate, & de luminis reflexione. Cæterum nos quoque vis repulsivæ nomine utemur, sed effectum duntaxat, non vero causam aliquam significantes. Etenim quæcunque sit repulsionis causa, vis hujus actionem ad calculum revocare & æstimare licet, quoad utilitatem tota res perinde se habet. Neque repulsio quidquam obstare potest iis quæ antea demonstravimus, attractionem nempe, cæteris paribus, contactus magnitudini proportionalem esse; ibi enim sermonem habuimus de corporibus quorum partes cohærent, non vero de corporibus elasticis, quorum partes sese fugiunt atque repellunt. Tandem contactus hic a nobis intelligitur qualis in corporum cohærentium partibus observatur, neque de contactu physico & immediato quidquam pronuntiare volumus. Certum quidem est, ubi de primis causis, corporumque principiis agitur, multas fieri posse hypotheses quæ validis rationibus difficile refelluntur. Itaque hanc primam nobis esse volumus philosophandi regulam, in causarum universalium investigatione nostram fateri ignorantiam, judiciumque cohibere.

AP-

APPENDIX

De quibusdam capitis præcedentis utilitatibus.

I. ADversus impiissimam veterum Atomistarum doctrinam invicti roboris argumenta ex præcedenti capite deduci possunt. Materiam æternam effutiebant Atomistæ, non tamen æternum materiæ ordinem admittebant. Stultissime delirabant præsentem materiæ dispositionem ex fortuito atomorum sive corpusculorum concursu originem habuisse, eamdem dispositionem casu quoque conservari, contrario tandem casu finem habituram. Hinc patet veteres Atomistas puros putosque atheos fuisse; quia autem etiamnum hodie non desunt nequissimi stultissimique homines, quos hæc absurdissima deliria recoquere non pudet, ex præcedentibus demonstrationibus hos invicte refellere officii nostri partes esse existimamus. Et 1. quidem sic ratiocinari solent:

Finitus corpusculorum numerus finitum duntaxat combinationum numerum admittit. At per totam infinitam æternitatem extitisse debuerunt combinationes numero infinitæ. Quare si in fortuita atomorum agitatione omnia se æqualiter habuerint, ut in longa casuum fortuitorum serie contingit, evidens est combinationem quamvis determinatam infinities redituram, ac proinde infinities major est probabilitas hanc præsentem combinationem redituram, quam non redituram: en absurdissimam Atomista-

rum argumentationem. At imprimis in eo turpiter errant quod putant esse aliquid revera fortuitum; nihil fortuito & puro casu contingere demonstravimus in institutionibus metaphysicis; sed præterea hujus ratiocinationis absurditatem facile ostendemus. Et quidem falsissimum est finito terminorum numero contineri numerum combinationum finitum, si de Mundi constitutione sermo habeatur. Finitus quidem est combinationum numerus, si *combinationis* nomine intelligatur tantum ordo quidam, quo alii termini aliis succedunt, & sese mutuo excipiunt. Ita si omnes litteræ, quæ Virgilii poema componunt versentur temere in sacco aliquo, tum extrahantur & ordinentur omnes litteræ, aliæ post alias, atque ejusmodi operatio repetatur in infinitum, evidens est infinities redituram combinationem Virgilianam. Verum in Mundi constitutione res longe aliter se habet. Etenim planetæ circa solem certa lege in determinatis orbitis revolvuntur; spatium in quo planetæ aliique cælestes globi suas periodos absolvunt in longum latum & profundum quaquaversum patet. Porro rectæ in uno plano sunt infinitæ, plana in spatio sunt infinita, & pro recta quavis in quovis plano infinita sunt curvarum genera, ac proinde & infinities plures sunt curvæ, quæ per datum punctorum numerum non transeunt. Præterea infinitis modis variari potest lex attractionis: pro quavis materiæ particula infinitus est dispositionum numerus; quare pro ipsis materiæ particulis haberetur numerus combinationum infinitus per ipsum particu-

larum

larum numerum multiplicatus. Itaque in Mundi constitutione finitus non est casuum diversorum numerus, sed infinitus & quidem ordinis altissimi. Inde ergo fit evidens in immenso isto combinationum numero infinities plures esse combinationes inordinatas, quæ exhibeant incertum chaos corpusculorumque temere volitantium massam, quam quæ exhibeant Mundum ordinatum & certis constantem legibus. Quamobrem nisi sit aliquis qui ex omnibus æque per se possibilibus combinationibus unam ex ordinatis eligat, infinities probabilius est obventuram combinationum seriem inordinatam, minime vero eam, quam cernimus & admiramur; atque ad vincendam hanc improbabilitatem infinitam requiritur infinita vis supremi conditoris, qui unicam seriem ordinatam inter alias infinitas seligat atque determinet.

Nec est quod objiciatur etiam hominem qui statuam aliquam effingit, finita intelligendi vi eligere unicam formam inter infinitas possibiles. Nam statuarius illam unicam formam non eligit, sed modo admodum confuso quamdam determinat figuram, quæ unica oritur ex naturæ legibus & ex Mundi constitutione, quam naturæ opifex infinitus vi infinita determinavit; per hanc scilicet determinationem ab humanæ voluntatis actu oriuntur certi motus in brachiis, & ab his motus instrumentorum.

Sed nec dici potest hunc ipsum ordinem necessarium esse & æternum, ac per se subsistere, ita ut casus quilibet sequens determinetur a præcedente, & a lege virium

E 2 intrin-

intrinseca atque omnino necessaria. Et quidem, quis sibi serio persuadeat has solas virium leges, quas in præcedenti capite explicavimus, fuisse possibiles & necessarias, ut nimirum corpora sese attrahant tanta potius attractione quam alia? Nulla sane inter distantiam & attractionis speciem ita necessaria est connexio, ut alia quævis esse non potuerit. Præterea cur hæc potius in rerum natura existat materiæ quantitas quam alia, nulla sane ratio esse potest, nisi arbitrium entis potentia infinita præditi; nemo sanæ mentis sibi facile persuadebit in determinata quadam materiæ massa haberi necessitatem existentiæ potius quam in alia quavis.

Tandem licet materiæ talis fingatur natura ut habeat necessariam sibique essentialem vim inertiæ & virium legem, itaut status quilibet datus a præcedenti determinari debeat, eadem nihilominus manet contra Atomistas demonstrationis vis. Etenim status ille, qui habetur tempore quolibet dato, nec a se ipso, nec a materia, nec ab ullo ente materiali tum existente suam habet determinationem ad existendum, sed determinationem illam accepit a statu præcedenti. Porro status præcedens non potest sequentem determinare, nisi quatenus ipse determinate existit; ipse autem nullam quoque in se habet determinationem ad existendum, sed illam accipit a præcedente. Quod de secundo præcedente statu diximus, dicendum de tertio qui determinationem debet accipere a quarto, atque eodem modo progrediendo in infinitum, orietur in-

finita

finita series statuum in quorum singulis habemus merum nihil, relate scilicet ad determinatam existentiam postremi status. Summa autem nihilorum utcunque numero infinitorum est nihil; jam diu enim constitit merum esse paralogismum, infinitorum nihilorum summam finitæ alicui quantitati æqualem esse.

Ex his ergo id evidenter colligitur ens seriei ipsi extrinsecum, quod hanc seriem elegit præ seriebus aliis infinitis, infinitam habere determinationem & vim electivam, quæ unam illam ex infinitis eligat. Cognitionem habere debuit & sapientiam ut hanc seriem ordinatam præ inordinatis adhibuerit. Si enim sine cognitione & electione egisset, infinities probabilius foret ab illo determinatam fuisse aliquam seriem inordinatam, quam unam ex ordinatis; cum nimirum ratio inordinatarum ad ordinatas sit infinita. Igitur ex ipsis quoque Atomistarum principiis manifestum fit, infinitam esse probabilitatem pro cognitione, sapientia, ac libera electione, quæ quidem probabilitas infinita omnimodam certitudinem inducit, ac proinde Atomistas propriis armis impugnavimus. Hæc autem quæ brevius demonstrata sunt jungi debent iis quæ in metaphysica de fato & necessitate fuse tractabimus.

II. Ex mirabili minimarum partium structura, magnitudine, vi attractiva magis ac magis elucescunt divina bonitas illiusque sapientia infinita. Pauca exempla hic considerare & admirari satis erit. Calore solis rarefiunt aquæ particulæ, e mari

ad superiorem aeris regionem sub forma vaporum evehuntur; nec unquam consistunt vapores donec ad aerem ejusdem gravitatis perveniant, tumque subsidunt nubesque componunt, & mille figuras induunt. Mox eædem particulæ frigoris vi aliisve causis condensantur, & in minus spatium coactæ formam priorem amittunt, & in terram pluviæ, nivis, grandinis instar relabuntur. Maxima pluviæ pars per fluvios ad mare deducitur, iterum in vapores abitura; pars vero aliqua terræ se immiscet & ibi deposita arborum herbarumque radices & semina ingreditur, e quibus in alias corporum species assurgit. Diversa corpora componit eadem pluvialis aqua prout diversa ingreditur rerum semina, quædam scilicet transit in plantas, quædam in gramina, aliqua in flores, aliqua in quercus, ornos, fagos & alias quamplurimas arborum & plantarum species. Ecquis ergo non admirabitur divinam Providentiam, quæ sapientia & bonitate infinita ad hominum commoda minimarum particularum structuram composuit atque ordinavit? sed idem exemplum rursus persequamur. Plantæ omnes ex innumeris heterogeneis constant partibus, sic in lino E. G. alia est forma radicis, alia caulis, alia tenuium fibrarum, alia florum. Rursus consideremus ipsam vel unius caulis utilitatem miramque varietatem. Caulis membranam separant lini artifices, & postquam mille tractaverunt modis, fibras in oblonga contorquent fila quæ deinde in se convoluta, glomorum species referunt. Fila hæc varie se inter conne-

ctunt

ctunt & texunt linteones & arte sua telas ex illis componunt, quæ vestimenta hominibus præbent. Hæc denique annis obsita, in linteola redacta aquæ immittuntur, malleis ligneis in mollem quasi pulpam subiguntur, quæ tandem exsiccato humore aqueo in papirum transmutatur, quæ si igni immittatur, partim in tenuissimum pulverem, partium in fumum evanescit. En quantam ex mutato partium situ, ex mutata illarum vi attractiva, rerum & effectuum varietatem!

Sed universæ naturæ, pro varia cæli temperie, mutationem variamque dispositionem breviter percurramus. Cum terræ partes singulæ situm suum respectu solis continuo mutent, ejusdemque radios nunc magis nunc minus obliquos, nunc breviore nunc diuturniore tempore excipiant, universa fere rerum natura novam faciem per vices inducit. Autumno exarescunt segetes & fructus maturescunt; viridem amœnamque faciem paulatim deponunt campi & decidunt arboribus folia, mox ingruente hyeme frigent & horrent omnia, nix tegit alta montes cujus onere depressæ laborant silvæ, ipsæ maris aquæ stabiles & firmæ redduntur, quodque prius fuit navibus tantum penetrabile, nunc exercitus & castra gerit. Iterum mutato telluris solisque respectu diffugiunt nives, redeunt gramina campis & sua arboribus folia *nec stabulis jam gaudet equus, nec arator igne*, sed nova prorsus & læta apparet rerum facies & annus per æstatem ad autumnum revertitur.

Quamvis ex sola minimarum particularum

 muta-

mutatione, figura, magnitudine, vi attractiva oriri certissimum sit infinitam effectuum varietatem, pro ea tamen, quam nobis præscripsimus philosophica timiditate atque ingenuitate, asserere non audemus materiam omnem ita homogeneam esse ut ex diverso duntaxat minimarum partium situ repetenda sit specifica corporum differentia. Hanc quæstionem deinde revocabimus variasque philosophorum opiniones expendemus, ubi sermo erit de corporum natura. Interim ingenue fatendum est nobis innotescere duntaxat corporum superficiem, ipsumque, ut ita dicam, corticem, intimam vero texturam atque naturam nos omnino latere. In hac autem nostra ignorantia iterum elucet divina bonitas, quæ humanam superbiam reprimere voluit, eas tantum permittens cognitiones, quæ ad vitæ necessitates & utilitates conducere possunt.

III. Longius esset referre utilissima experimenta quæ in præsenti argumento sumpserunt celeberrimi physici: unum afferre satis erit quod in publicam utilitatem maxime redundare potest. Accuratissimis experimentis compertum est eam esse salis marini & salis tartari saluberrimam indolem, ut sulphureos vapores aliosque perniciosissimos halitus plurimos potentissime attrahant atque absorbeant, cujus quidem virtutis in periculosis occasionibus nonnullis utilitas maxima esse potest. Artifices aliqui, ut plumbarii fusores, noxias tractant materias e quibus perniciosissima erumpunt corpuscula; si autem hanc adhibeant diligentiam ut pannum salina aliqua solutione ma-

madidum ori naribusque admoveant, vaporum periculum declinare poterunt. Eadem de causa factum est ut adversus pestiferos halitus tanquam optimum antidotum credi soleat acetum album. Hac salium proprietate admodum salutari ad minuendum saltem præsens periculum uti possent, qui in fodinis aliisque infectis locis non sine vitæ discrimine labori manum dare coguntur. Sed de hac re legenda sunt, quæ refert clarissimus Hales in eximio opere cui titulus est: *Statica vegetabilium*. Hæc pauca dicta sint ad demonstrandam præcedentis capitis utilitatem. Minimarum particularum vim attractivam ad explicanda artis chymicæ phænomena transferunt magni quidem viri; verum quamvis hæc doctrina nonnullis experimentis feliciter satisfacere videatur, ea tamen abutuntur physici qui singulas operationes chymicas per attractionis vel repulsionis nomen clare explicasse confidunt; illi autem merum effectum, nullam vero effectus causam proferunt.

CAPUT III.

De gravitate constanti.

Quamvis in præcedenti capite demonstrata fuerit gravitatis cælestis atque terrestris lex communis, quæ nempe decrescat in ratione duplicata distantiarum a centro, observavimus tamen ita exiguas esse distantias in quibus experimenta habere licet; si conferantur cum integra telluris semidiametro, ut nulla in gravitate terre-

stri variatio experimentis vel observationibus conspicua esse possit. Præterea corpora omnia, quæcumque sit illorum natura, figura, magnitudo, sublata aeris resistentia, ut fit in vacuo boyliano, æqualibus temporibus æqualiter descendunt, ac proinde vis gravitatis æqualibus temporibus æqualiter agit. Itaque gravitatem terrestrem licet reipsa variabilem, tanquam constantem & uniformem usurpant physici, nosque hanc gravitatem in præsenti capite considerabimus. Tria autem potissimum expendemus. 1. Præcipuas gravitatis affectiones explicabimus. 2. Gravitatis causam investigabimus. 3. Tandem centri gravitatis doctrinam exponemus.

ARTICULUS I.

De gravitatis terrestris affectionibus præcipuis.

I. GRavitatis nomine hic generatim intelligitur vis illa, qua corpora ad terram tendunt. Porro confundi non debet gravitas cum ipso corporum *pondere*; gravitas enim est vis, quæ singulas materiæ particulas deorsum urget: pondus autem est ipsa gravitatis quantitas in unoquoque corpore, seu est ipsa gravitatum summa vel aggregatum. Pondera quantitatibus materiæ proportionalia esse ex ipsa gravitatis natura facile colligitur. Etenim cum vis gravitatis sit constans & in singulas æquales materiæ particulas æqualibus temporibus æqualiter agat, seu æquales ictus imprimat, erit numerus ictuum ut particularum æqualium

lium numerus. Præterea cum corpora omnia per lineas ad sensum parallelas recta descendere observentur, patet gravitatis directiones esse parallelas; ideoque gravitatis ictus in eamdem directionem conspirant. Igitur gravitas tota erit ut numerus ictuum, hoc est, ut quantitas materiæ; nam quo plures sunt æquales materiæ particulæ, eo plures erunt ictus. Quare pondera sunt quantitatibus materiæ proportionalia; evidens autem est demonstrationem valere in quolibet corporum genere, quæcunque sit illorum figura, textura, natura; cum gravitas ex his corporum conditionibus nequaquam pendeat.

Ex his autem facile intelligitur experimentum, quod vix in animum sibi inducere possunt viri rerum physicarum imperiti & sensuum præjudiciis assueti. In longioris tubi parte superiori suspenduntur duo pondera utcunque inæqualia, E. G. gravissimum aurum & levissima pluma: facto deinde, ut moris est, vacuo ope machinæ pneumaticæ, corpora illa eodem temporis puncto demissa, eodem omnino tempore descendunt & æqualibus temporibus æqualia spatia percurrunt. Experimenti ratio statim patet; & quidem corpora duo divisa intelligantur in particulas æquales innumeras, vis gravitatis in particulas illas æquales, æqualibus temporibus æqualiter agit, ac proinde singulæ particulæ æqualibus temporibus æqualiter descendunt. Id vero declaratur exemplo hominum eadem velocitate currentium; sive enim conjunctis, sive sejunctis manibus currant, eodem tempore ad

propositum scopum perveniunt. Pari ratione sive corporum particulæ seorsim descendant, sive majus minusve corpus atque aggregatum componant, eodem plane tempore debent descendere. Quod ergo corpora inæquali velocitate per aerem descendant, id tribuendum est aeris resistentiæ; sed hujus inæqualitatis causam deinde fusius explicabimus, ubi de medii resistentia sermo erit.

II. Gravitatem hactenus consideravimus in eodem terræ loco; verum quamvis gravitas in eadem regione sit constans, vi tamen centrifuga in remotioribus terræ locis eam plurimum immutari certissimum est, quod qua ratione detectum fuerit atque confirmatum enarrabimus. Superioris sæculi anno 72. Kayennam insulam Æquatori proximam profectus est dominus Richerus ad astronomicas observationea ineundas a regia Parisiensi academia missus: secum detulerat horologium quod Parisiis cum cælestibus motibus accurate conspirabat. Eo adhibito, deprehendit multo lentiorem ejus motum, ita ut singulis diebus per bina minuta cum dimidio ab integræ diei mensura deficeret. Rem miratus quam nec ab aliqua machinę mutatione nec ab alia ejusmodi causa videbat oriri posse, illud conjecit vim minorem esse versus æquatorem, quam Parisiis, unde fieret ut pendulum lentius vibrationes suas perficeret & horologium ipsum retardaret. Ut autem certius constare posset an res ita se haberet, accuratissime inquisivit in longitudinem penduli quod singulis minutis secundis horariis singulas oscillationes ab-

absolveret & ejus longitudinem æri incidit, ut eadem observatione in Galliam regressus iteratâ, utramque mensuram conferre posset. Constat enim pari gravitatis vi longiora pendula lentius oscillationes suas peragere, breviora citius; pari longitudine penduli & diversa vi gravitatis ea pendula lentius moveri, quæ minori aguntur vi; si autem bina pendula eodem tempore oscillationes suas peragant, quæ idcirco *isochrona* appellantur, inæqualem vero habeant longitudinem; illud quod longius est gravitate majori urgetur. Hæc quidem omnia pendent ex pendulorum doctrina quam deinde explicabimus; interim vero evidens est vim majorem esse, qua fit ut pendulum eodem tempore per majores arcus excurrat. Nec Richeri spem fefellit eventus; regressus enim Parisios ita breviorem penduli isochroni mensuram invenit, ut is quidem de inæqualitate gravitatis in diversis terræ locis dubitare omnino non posset.

Rei novitas universam perculit litterariam Rempublicam atque commovit mirum in modum, multis sub initium renuentibus, aliis observationum vitio phænomenum tribuentibus, aliis vi caloris durissima quæque metalla dilatantis; nec defuerunt, qui observationibus per Europam institutis gravitatem ubique æqualem se invenisse affirmarent, cum nimirum iis methodis, quę tum in usu erant minus perfectæ & perpolitæ, exiguum discrimen in tam exiguis locorum intervallis nequaquam deprehendere potuerint. Hinc observationes multo accuratiores in plurimis & admodum dissitis ter-

terræ locis fuerunt institutæ; hinc Academici Parisienses Regis jussu & liberalitate versus polum borealem, & versus æquatorem expeditionem litterariam susceperunt, atque tandem summo observationum consensu certo definitum habemus gravitatis vim ab æquatore ad polos augeri perpetuo. Nos quoque hic Romæ in hortis Regii SS. Trinitatis cœnobii longitudinem penduli ad minuta secunda oscillantis investigavimus. Neque in hac observatione ullam passi sumus desiderari diligentiam; observatio per plures dies instituta est in loco nullis curruum tremoribus agitato; adhibuimus pendula duo quorum unum a celeberrimo artifice Londinensi *Grahamo* elaboratum est. Utebamur etiam mensura bipedali Londinensi accuratissima, factaque observationum comparatione, res eadem propriis experimentis innotuit. Verum quod spectat hujus variationis legem ad præsentem locum non pertinet, tota res cum figura telluris aliisque difficilioribus nondum explicatis physicæ principiis conjuncta est. Eo loci ponimus vim gravitatis constantem & per rectas parallelas tendentem; quod quidem facere licet, cum in hoc capite gravitatem consideremus in eodem terræ loco, vel in locis a se non multum dissitis. Sed hæc doctrina, quam minus accurate nunc considerare satis est, majori deinde subtilitate & diligentia explicari debet, ubi de pendulis & telluris figura tractabimus.

III. Neque tamen hic omnino prætermittendum est quod de hujus variationis causa afferri solet. Vi imaginandi nobis effinga-

gamus globum aliquem, qui circa suum axem convertatur. Partes illæ quæ proximæ sunt polis per quos axis ipse traducitur, eodem tempore peragunt giros admodum exiguos, qui quidem eo magis crescunt, quo magis a polis receditur, itaut omnium maximus is sit qui ab utroque polo æque distat, & in eo globi motu *æquator* appellatur. Hinc ibi vis centrifuga omnium maxima esse debet, atque eo gradatim decrescit magis quo magis acceditur ad polos; quod quidem demonstratum est ubi sermonem habuimus de vi centrifuga. Rem igitur ad tellurem transtulerunt; posito ejus diurno motu consideraruut vim centrifugam sub æquatore maximam esse debere, prope polos minimam, in polis nullam. Illud præterea notarunt, vim centrifugam sub æquatore dirigi ad partes centro telluris oppositas, quod ipsius æquatoris est centrum, in reliquis autem locis dirigi ad partes oppositas illi axis puncto, quod est circuli descripti centrum, quod quidem centrum eo remotius est a centro terræ quo magis circulus ille ab æquatore recedit, ac proinde cum vis gravitatis ubique dirigatur versus terræ medium, observarunt ipsam vim centrifugam sub æquatore magis etiam directe gravitati opponi, quam versus polos. Ex dictis patet duplicem considerari posse gravitatem, unam scilicet quam *primitivam* vocant nulla vi centrifuga turbatam, hæcque gravitas sub polis duntaxat habetur, altera autem est gravitas *variabilis* vel *actualis* pro varia scilicet a polis distantia. Neque huic gravitatis variationi ob-

obstat, quod nullam in corporum pondere inæqualitatem deprehendere liceat; ejusdem corporis idem pondus tum hic Romæ, tum in America per bilances experimur. Etenim pondus examinandum comparamus cum alio pondere quod in Americam translatum æque mutatur, ita ut eadem maneat ponderum relatio, ac proinde corpus, quod hic inventum est libræ unius debet & in America unius libræ pondus demonstrare. Requidem vera si possemus perfecte nosse vim quam nos hic in sustinendo pondere exercemus & ejusdem vis meminisse ubi pondus in remotam regionem transfertur, liceret ex ea vi æstimare auctam vel imminutam gravitatis vim. At nostri conatus nobis omnino ignoti sunt, vix crassiorem quamdam comparationem sensationum ope instituimus, subtiliora discrimina nequaquam percipimus, atque etiam ipsæ vires nostræ mutantur in horas.

IV. Gravia esse corpora omnia jam apud cultiores philosophos compertum est. Et quidem pondus demonstrant corpora omnia in quibus experimenta sumere licet, ne his quidem demptis corporibus quæ a vulgo imperito levissima creduntur. Ita fumus qui in aere sursum ascendit facto vacuo Boyliano, deorsum relabitur proprio scilicet pondere. Quod ergo fumus per aerem sursum evehatur id tribuendum est majori aeris gravitati, qua fit ut aer majori conatu tendat deorsum ac proinde fumum propellat sursum. Itaque nulla est vera corporum levitas, sed *relativa* duntaxat & *apparens*. Quare distinguenda est gravitas in *absolutam*

& re-

& *relativam*. Gravitas absoluta est tota vis illa qua corpora tendunt deorsum: Gravitas autem specifica est ratio gravitatis absolutę corporis unius ad gravitatem absolutam corporis alterius sub eodem volumine, sivę quod idem est, gravitas specifica est ratio ponderis corporis unius ad pondus corporis alterius, eodem manente volumine. *Volumen* vel etiam *moles* dicitur totum spatium extima corporis superficie comprehensum, sive includat spatiola vacua, sive heterogeneas etiam particulas. Ex idea massæ & voluminis oritur idea *densitatis*. Densitas eo major dicitur quo major est corporis massa seu quantitas materiæ sub eodem volumine; si vero eadem maneat quantitas materiæ, mutetur autem volumen, quo minus est volumen, eo major dicitur densitas; ac proinde densitas est ut massa directe & volumen inverse. Quare si massa dicatur M, volumen V, densitas D, erit $D = \frac{M}{V}$, ac proinde etiam $M = DV$. Quia vero gravitas specifica est ratio quantitatis materiæ seu ponderis ad volumen, eodem manente volumine, evidens est gravitates specificas esse, ut densitates. Contraria ratione eo rarius dici solet corpus, quo minorem sub eodem volumine continet materiæ quantitatem, ac proinde raritas est in ratione inversa densitatis. Igitur ad corporum raritatem facile transferuntur præcedentes formulæ. Jam vero quamvis ob minorem specificam gravitatem nullum pondus aliquando ostendere videantur corpora, probe tamen

men meminisse oportet levitatem illam relativam esse duntaxat ; sed hæc omnia in meliori lumine collocabimus ubi fluidorum doctrinam exponemus . Cæterum quamvis dicamus corporum gravitatem experimentis compertam esse, id tamen dictum nolumus de subtilissimis quibusdam corporibus, igne, E. G. & flamma ; horum enim corporum tantillum est pondus, ut nulla experimentorum subtilitate innotescere potuerit, quidquid affirment Philosophi quidam suis experimentis plus æquo confisi. Sed totam rem deinde ad examen revocabimus ubi ignis proprietates considerabimus .

ARTICULUS II.

De causa gravitatis.

I. MIrantur imperiti homines a philosophis tanto studio quæsitum esse cur gravia descendant, hancque statim in promptu rationem adesse respondent quod nempe non sustineantur. Verum quod ita facile & obvium creditur, ut imperitorum hominum mos est, summos viros in varias traxit sententias & adhuc sub judice lis est. De gravitatis causa quatuor circumferuntur philosophorum opiniones. Peripatetici existimant gravitatem esse vim quamdam vel qualitatem realem corporibus omnibus intrinsecam a Deo ipsis impressam, ita ut quemadmodum corpora per extensionem locum occupant, per impenetrabilitatem sese mutuo ab eodem loco excludunt, sic quoque per gravitatem ad locum infimum sive

tel.

telluris centrum ferantur. Newtoniani gravitatem omnibus omnino corporibus inditam ac impressam esse constituunt, ita ut non modo ignis & aer, quos Peripatetici leves existimant, sed ipsa quoque tenuissima ætheris substantia, quæ gravitatis expers a Cartesianis effingitur, gravitatem aliquam habere debeat, ac nulla proinde levitas positiva in rerum natura reperiatur. Atque ista quidem evidenter adeo nitideque experimentis demonstrantur, ut dubitari non possit gravitatem hanc, vel, ut vocant Newtoniani, vim centripetam corporibus omnibus inesse. At undenam centripeta vis illa singulis corporibus imprimatur, id nobis hactenus occultum atque inexploratum esse Newtonus ingenue fatetur, variasque caussas enumerat ex quibus eadem vis centripeta velut origine pendere possit. At Newtonus non *physice* gravitatis originem scrutatur, sed *mathematice* tantum gravitatis effectus, leges, atque phænomena exponere aggreditur. Itaque a definienda gravitatis origine prudenter abstinuit, & quamvis illam ab attractione oriri dixerit, in variis tamen locis profitetur, si physice res exploretur, ab impulsione originem habere posse. At eximiam sapientissimi viri modestiam haud semper æmulati sunt qui Newtoni doctrinam exponunt; etenim attractionem ipsam velut physicam exploratamque gravitatis caussam ita ingerunt, ut eam in dubium vocari minime patiantur. Neque tamen putandum est philosophos illos occultas Peripateticorum qualitates obtrudere voluisse. Peripatetici attractionem considerabant velut

enti-

entitatem aut *qualitatem* certis quibusdam corporibus inhærentem, quas quidem qualitates ex specificis corporum formis oriri ajebant; formæ autem nomine in veteri philosophia nihil obscurius esse potest. Porro nullam talem *entitatulam* aut *qualitatem* fingunt recentiores Newtoniani, sed attractionem admittunt velut universalem naturæ legem a supremo rerum omnium Auctore constitutam, vel etiam ut corporum omnium proprietatem habent; quæ quidem opinio a Scholasticorum qualitatibus longe differt. Cassendus existimat particulas, atomos, sive corpuscula plurima quaquaversum velut radios e terræ gremio diffundi, quæ corpuscula cum fere uncinata & hamata intelligi possint, ubi in corpus aliquod incurrunt illi maxime adhærent; hinc fit ut terrestres particulæ cum corporis ejusdem particulis arctissime devinciantur, illudque secum in terram abripiant eo prorsus modo, quo tenuissimæ quædam particulæ ex magnetis substantia prodeuntes, ubi ad ferrum pervenerint illique fuerint implicitæ, ferrum ipsum magnetem referunt. Vix refelli merentur hac in re Peripateticorum & Gassendistarum figmenta. Quid sint qualitates occultæ neque explicant illarum defensores, neque ipsi videntur intelligere; recentioris philosophiæ lumine jam dissipatæ sunt illæ qualitatum occultarum tenebræ. Neque firmiori fundamento innituntur uncinata atque occulta Gassendistarum corpuscula; nihil enim admitti jubet cultior physica, nisi quod experimenta atque observationes certo existere demonstrant. Deinde

cau-

causam assignare poterunt Gassendistæ cur uncinata illa corpuscula e tellure exeant, ad diversas altitudines rapiantur, & tandem relabantur. Talia certe commenta difficultatem non explicant, imo non parum augent. Quid sentiendum sit de Newtonianorum sententia ex hujus articuli progressu manifestum fiet.

Ultima tandem superest Cartesianorum hypothesis magno doctrinæ apparatu munita. Materiam quamdam subtilissimam comminiscuntur Cartesiani, hanc ponunt circa terram vorticis motu agitari ipsamque terram circa axem revolvi, quo fit ut eadem materia vim centrifugam acquirat, & corpora terrestria versus terram propellat, nempe secundum directionem vis centrifugæ directioni contrariam. Id autem illustrant exemplo fluidorum, quæ corpora sibi demersa si minorem habeant gravitatem specificam, sursum evehunt; ita etiam vorticis materia, corpora quæ non tanta pollent vi centrifuga deorsum trudere debet. His explicatis sit:

CONCLUSIO.

A vortice cartesiano repeti non potest gravitatis causa, neque ab ullo impellente fluido, quod easdem cum fluidis cognitis proprietates habeat.

Probatur prima Pars: 1. Ex hac hypothesi sequeretur vim centrifugam vorticis ipsa vi centrifuga corporis multo majorem esse, vel materiam subtilem ipso corpore esse

ſe multo denſiorem. Etenim gravitas corporis fluido Carteſiano immerſi, æqualis foret virium centrifugarum, vorticis ſcilicet & corporis differentiæ per ſuas reſpective maſſas multiplicatæ; ſi nempe gravitas corporis immerſi dicatur G, vis centrifuga materiæ ſubtilis cujus locum occupat dicatur V, maſſa m, vis centrifuga corporis U, maſſa m, erit $G = V \times M - U \times m$, evidens enim eſt virium illarum differentia corpus pellendum eſſe, ac proinde $V \times M$ major eſſe debet $U \times m$, ideoque vel V major eſt quam U, vel M major quam m; ſed utrumque repugnat. Primum quidem; etenim vis centrifuga corporis ex rotationis velocitate circa terram oritur, hæc autem velocitas telluris velocitati proxime æqualis eſt. Itaque in primo caſu multo majorem fore oporteret vorticis velocitatem ipſa velocitate telluris; hinc ſecundum rotationis terreſtris directionem ab occidente ſcilicet ad orientem perpetuus, iſque vehementiſſimus ſentiretur ventus. Neque minus repugnat caſus alter, majorem ſcilicet eſſe vorticis, quam materiæ terreſtris denſitatem; hujus enim deſiſſimæ materiæ reſiſtentiam aliquam experiremur, tum ſurſum deorſum, tum deorſum ſurſum. At experimentis compertum eſt totam, quam experimur reſiſtentiam aeri tribuendam eſſe, eamque nullam eſſe in vacuo boyliano in quo corpora omnia æquali velocitate deſcendunt. Abſurdiſſimum ergo eſt fingere tantam in materia vorticis denſitatem, quod quidem ultro largiuntur Carteſiani. Quare in primo caſu paulo diutius immorabimur

mur variasque considerabimus velocitatis hypotheses.

Ponamus vorticis circumterrestris velocitatem eamdem esse quam proxime cum velocitate telluris. Jam ob datam diurnam telluris velocitatem, 24. horarum spatio, dabitur quoque ipsa vorticis velocitas. Preterea ex observationibus geographicis nota est semidiameter terrestris, ac proinde & ipsa maximi terrestris circuli peripheria, datur ergo vorticis circumferentia. His autem datis, meminisse oportet vim centrifugam corporis in circulo revolventis tempore minuti unius secundi esse ut quadratum arcus eodem tempore descripti per diametrum divisi. Ille autem arcus facile invenitur per notissimam regulam trium, si dicatur: Tempus totum viginti quatuor horarum est ad integram vorticis sive maximi terrestris circuli circumferentiam, ut tempus minuti unius secundi ad arcum eodem tempore percursum; hujus arcus quadratum dividatur per vorticis sive telluris diametrum, habebitur vis centrifuga, illa scilicet lineola perpendicularis, quæ continetur inter tangentem & arcum minuti unius secundi tempore descriptum; tali scilicet vi centrifuga corpus aliquod per lineolam prædictam minuti unius secundi tempore descenderet. Si ex his principiis calculus ineatur, invenietur spatium tempore minuti unius secundi a corpore vi centrifuga vorticis agitato percurrendum, non excedere pedem dimidium; igitur gravia vi centrifuga vorticis Cartesiani prope terram tempore minuti unius secundi non ultra dimi-

dium

pus omne quo altius in atmosphæra translatum foret, eo longius in ortum recideret & a perpendiculo longissime aberraret. At nulla in quolibet corporum terrestrium statu deprehenditur experimentorum differentia, omnia perinde se habent ac si terra, quam inhabitamus, plane quiesceret. Nec aliquis dicat subtilissimum ætherem dum ab occasu in ortum girat, corporum crassiorum poros rotationi suæ obvios pervadere sicque perpendiculari eorum casui non obsistere. Quonam enim modo corpora versus communis vorticis centrum materia illa depelleret? Cum eorumdem gravium poros secundum vis centrifugæ directionem patefactos nihil eidem materiæ intercludat. His demonstratis, jam concludere licet: Rejici omnino debet hypothesis illa, quæ certissimis repugnat gravitatis phænomenis; atqui &c. Ergo....

II. In hypothesi Cartesiana per circulos æquatori parallelos defertur vorticis materia, ac proinde vires centrifugas secundum lineas in horum circulorum planis semper jacentes agere oporteret; descenderent ergo corpora omnia in eorumdem circulorum planis & perpendiculariter ad axem, non ad ipsam telluris superficiem tenderent, quod quidem falsum esse demonstrant experimenta; in circulis enim æquatori parallelis per lineas obliquas gravia descenderent, quod est contra experientiam. Hanc demonstrationem experimento ita repræsentare solent physici. Sphæra vitrea aquam ex parte continet, aquæ innatant corpuscula plurima; machina hoc modo comparata circa

axem velocissime convertitur; id vero observare licebit, corpuscula non centrum petere, sed disponi secundum axis longitudinem. Experimentum illud Cartesianam hypothesim satis apte repræsentare videtur. Sphæra circumacta ipsam telluris vertiginem exhibet, corpuscula autem aquæ immersa vices gerunt corporum terrestrium quæ vorticis materiæ innatant in prædicta hypothesi; idem proinde facere deberent corpora terrestria quod in corpusculis illis observamus, nempe ad axem telluris tenderent. Itaque tum ratiocinatione tum experientia facile refellitur Cartesiana vorticum hypothesis.

Probatur secunda pars. Si gravia subtilis materiæ vi deorsum quovis modo pellantur, vis qua descendunt corpora erit ut numerus particularum fluidarum quibus simul agentibus versus terram truduntur; sed numerus particularum est ut corporis superficies, quod est evidens; quare vis qua corpus deorsum premitur erit ut ejusdem superficies, non ut ipsa quantitas materiæ, quod quidem experientiæ repugnare jam antea demonstravimus. Et quidem in hac hypothesi corpora quælibet sub eodem volumine eamdem haberent gravitatem specificam ob æqualem fluidi actionem; ita æquale pondus haberent pes cubicus auri, & pes cubicus suberis. Præterea ob eamdem rationem, seclusa aeris resistentia, descendentium corporum velocitas sub eodem volumine foret in ratione reciproca massarum; si enim eadem vis maneat, velocitates se habent in ratione inversa quantitatum materiæ, ut jam demonstratum est. At corpora omnia æquali velocitate in vacuo

cuo boyliano descendunt, ac proinde gravitas agit in ratione massæ, non autem voluminis. Hæc demonstratio quamlibet fluidi prementis hypothesim evertit, nisi reponant Cartesiani, quod quidem faciunt recentiores hujus hypotheseos reformatores, fluidum illud, quod gravitatis causa est, a nostris fluidis longe diversissimum, alias proprietates habere, & secundum alias plane leges agere; sed ita philosophari, nugari omnino est. Tali enim philosophandi modo jam ineptissima quæque hypotheseon commenta in philosophiam invehere licet & de universa physica actum est. In hac conclusione de gravitate terrestri duntaxat sermonem habemus; quæ enim ad gravitatem cælestem pertinent, explicato systemate planetario convenientius tractabuntur. Proprio etiam loco differemus de causa attractionis quæ inter minimas viget corporum particulas, ubi phænomena ad hanc aliam attractionis speciem referenda exponemus.

Objicies contra primam partem. Gravia ad telluris centrum non ad axem tendere ex Cartesiana hypothesi intelligitur; nec contrarium probat allata inter probationes demonstratio. Requidem vera si fingatur particula materiæ revolvens in circulo cujus radius GB, (Fig. 7.) hujus materiæ vis centrifuga secundum radium GB, dirigitur; accurate quidem se habet demonstratio, si circulus solitarie spectatur. At si circulus ipsaque revolvens materia in vortice sphærico cujus partes sint considerentur, jam radius GB ideoque & vis centrifuga in puncto B, oblique se habet respectu tangentis BR; quare

directio obliqua BG resolvi debet in BC, quę transit per centrum & ad tangentem BR perpendicularis est. Hęc vis centrifugę resolutio patet ex demonstratis de virium compositione & resolutione. Igitur vi centrifuga vorticis non pellentur gravia versus G, sed versus vorticis centrum C. His demonstratis sic argumentari licet .... Gravissima omnium difficultas quę objici solet hęc est, quod nempe gravia ad centrum telluris non tenderent, atqui huic objectioni satisfactum est, Ergo &c.

Resp. transeat major, nego min. Mirum sane est quod accuratissimę demonstrationis vim tali responsione eludere tentaverint scriptores aliqui rerum physicarum non omnino imperiti. Et quidem si virium resolutionem instituere velimus, vis centrifuga GB, non in solam vim per CB resolvitur, sed simul in vim tangentialem per BR. His autem duabus viribus conjunctis per BC, BR, corpus describet diagonalem BG. Propositam objectionem absurdam omnino esse experientia confirmat. Si enim vas MAD liquore plenum, corpus aliquod in B minus grave specifice contineat, corpus illud verticaliter ascendet per BG, non autem per BC, quod tamen fieri oporteret si valeret objectio.

Instabis. Fingi potest vortex duplici motu simul agitatus circa axes duos, quam quidem hypothesim factam leginus a clarissimo Bulfingero in dissertatione de causa gravitatis, quę ab Academia Regia Parisiensi anno 1728 premio condecorata fuit. Hac posita vorticis duplici vertigine, jam fieri ait vir prælaudatus ut fluidi particulæ circulos maximos singulæ describant; itaque vis centri-

fugæ

fugæ directio in quolibet puncto jacebit in circuli maximi plano, ac proinde vi centrifuga corpus pelletur ad commune circulorum maximorum centrum, hoc est, ad centrum vorticis.

Resp. Nego ant. Fictitia omnino est & male compacta Bulfingeri hypothesis. Vix in prædictam dissertationem oculos conjeceram, cum statim cognovi curvam hoc duplici motu describendam ad illud pertinere curvarum sublimiorum genus, quas duplicis curvaturæ appellant geometræ; idem problema litteris communicavi cum clarissimo viro Petro Martinio Neapoli astronomiæ professore, nonnullaque ad hanc rem spectantia demonstravi; talem vero inveneram quæsitæ curvæ figuram ut numeri arithmetici 8 notam referat. Proposuerat Bulfingerus machinam quamdam cujus ope ad experientiam problema posset revocari, sed hanc nondum perfectam affirmat, cum tempus instaret trasmittendæ Parisios dissertationis quam transmisit experimento nondum facto. Talis autem est machinæ structura; globus vitreus circa axem perpendicularem & simul circa axem horizontalem eodem tempore convertitur, qui quidem duplex motus facile obtineri potest. Globi superficies macula aliqua facile conspicua notatur, ejusdemque maculæ motus observatur. Curavi talem machinam executioni mandari, sæpiusque experimento instituto maculæ viam attentis oculis persecutus, eam curvam observavi, quam geometria mihi jam certo demonstraverat.

Objicies contra secundam partem. Extant

Newtoni litteræ ad Boylium datæ in quibus ætheris cujusdam subtilissimi hypothesim hunc in modum constituit. Ponit Newtonus ætherem formari ex particulis per gradus indefinitos mole diversissimis, fingit deinde in corporum poris minus ætheris crassioris latere quam in spatiis liberis, ideoque in telluris globo multo minorem contineri ætheris crassioris quantitatem, quam in aeris regione superiori. Ponit deinde ætherem crassiorem in aere ad regionem telluris superiorem tendere, subtiliorem vero ætherem in terra tendere ad partes aeris inferiores, ita ut a parte superiori atmosphæræ usque ad telluris superficiem, & a telluris superficie usque ad centrum, æther per gradus perpetuo fiat subtilior. Fingamus jam corpus aliquod in aere suspensum aut in ipsa telluris superficie positum, ætheris particulæ in superioribus corporis partibus crassiores sunt particulis ætheris, quæ in inferioribus corporis partibus continentur (ex hypothesi). Præterea æther crassior cum sit poris minus accommodatus quam æther inferior atque subtilior, descendere debet æther crassior & locum subtiliori ætheri inferiori cedere; id vero fieri non potest nisi corpus spatium ab æthere relictum occupet, ideoque corpus descendet. Hæc est hypothesis Newtoniana quam fere de verbo ad verbum ex prædicta epistola latine reddidimus; eamdem hypothesim plurimis aliis in locis indicavit Newtonus. Tandem aliæ fingi possent hypotheses. Quid enim vetat quominus aliud quoddam invehamus fluidum, quod di-

diversissimas a fluidis cognitis proprietates habeat, secundum alias omnino leges agat, quod nullam aut fere nullam resistentiam præbeat, quod vi inertiæ, vi gravitatis careat, sit tamen gravitatis causa? unde sic concludendum: Admitti possunt hypotheses philosophicæ; quarum falsitas demonstrari non potest. Atqui &c. Ergo.

Resp. Nego maj. Tanquam vanissimam repudiamus illam philosophiam, quæ meris innititur conjecturis, atque hypotheses communibus naturæ legibus contrarias longe rejicimus. In memoriam revocentur, quæ de philosophandi regulis & hypotheseon usu præscripsimus. Descripta hypothesis non satis digna videtur celeberrimo auctore suo, qui tantam in philosophando severitatem atque diligentiam adhibuit. Et certe nullam gravitatis rationem reddit hæc hypothesis, huic enim commentitio ætheri tribuit gravitatem cujus proinde alia superest afferenda causa. Igitur non sine fundamento credunt Newtoniani magistrum suum in proponenda hac hypothesi usum fuisse quadam *philosophica* prudentia, & receptis vulgaribus philosophorum opinionibus parcere voluisse. Tandem philosophicam Newtoni modestiam nos imitati nequaquam pronuntiamus, nullam esse extrinsecam & ab aliquo fluido oriundam gravitatis causam, id unum affirmamus ex vorticibus Cartesianis eam repetendam non esse, neque ex ullo fluido, quod easdem cum fluidis cognitis proprietates habeat. Et quidem si fluidum illud grave sit, iterum de causa gravitatis redit quæstio. Si

idem fluidum agat in corporum superficiem vel in interiores corporum particulas, secundum vulgares fluidorum leges corporibus imprimere non potest talem motus quantitatem, quæ sit accurate ut quantitas materiæ. Tandem fluidum illud ita subtile foret ut corporum etiam durissimorum substantiam penetraret, neque corporum motibus resistentiam præberet, vi tamen maxima in se mutuo corpora impelleret. Hæ quidem proprietates communibus fluidorum proprietatibus omnino repugnant, easque nobis ignotas esse fatemur. Quæ cum ita sint, facile concedimus gravitatem esse *qualitatem occultam*, dummodo hoc nomine nihil aliud intelligatur nisi ignota effectus alicujus caussa. Valde autem probabile est Aristotelem nullam aliam huic vocabulo tribuisse significationem, eamque ab illius sectatoribus fuisse corruptam & pro arbitrio varie explicatam vel potius obscuratam.

ARTICULUS III.

De centro gravitatis.

I. CUM ab ipsa gravitate ortum habuerint centri gravitatis doctrina & nomen, rerum ordo postulat ut argumentum illud, hic data occasione, pertractemus. *Centrum gravitatis* est punctum ex quo corpus utcunque suspensum manet in æquilibrio, nulla parte præponderante. Quare si centri gravitatis motus omnis impediatur, immotas manere necessum est omnes corporis

ris partes, ac proinde totum corporis pondus in ipso gravitatis centro collectum fingi potest, & loco ponderis ipsum gravitatis centrum substituere licet. Itaque patet centrum gravitatis hoc modo definitum idem esse cum *centro æquilibrii*: quare utrumque vocabulum indiscriminatim usurpabimus. Non solum in corpore unico, sed in quolibet corporum numero, seu ut vocant, systemate considerari potest centrum gravitatis. Si virgam rigidam atque inflexibilem fingamus omni pondere & inertia destitutam, ipsaque suspendatur e puncto medio, & ad æquales hinc inde a medio suspensionis puncto distantias annectantur bini globi æqualis ponderis, ipsi in æquilibrio manent & neuter alterum vincere potest; quod evidens est, cum omnia hinc & inde sint paria, nullaque proinde sit ratio cur unum alteri prævaleat. Si ex altera parte addatur pondus quantumvis exiguum, tolletur æquilibrium, & pars illa descendet, ascendente altera. Si distantia a puncto suspensionis non sit eadem, bina corpora æqualia non manent in æquilibrio; imo fieri poterit ut id quod gravius est, sed puncto suspensionis propius, cogatur ascendere, atque hæc est regula generalis æquilibrii; habetur nimirum æquilibrium, si distantiæ a puncto suspensionis sint ponderibus appensis reciproce proportionales, ita ut tanto minor sit distantia quanto pondus majus est.

Hæc autem lex æquilibrii facili ratiocinatione ita intelligi potest. Si quædam vis requiritur ad movendum corpus aliquod per datum spatium dato tempore, evidens est

requiri vim duplam ad movendum idem corpus per spatium duplum eodem dato tempore; item requiritur vis tripla ad movendum corpus per spatium triplum & ita deinceps. Quare & illud manifestum est si nempe quædam vis potest vim aliam contra propriam illius directionem agere per datum aliquod spatium dato tempore; ad eamdem vim ita agendam per duplum, triplum, dimidium spatium requiritur vis dupla, tripla, dimidia. Jam vero in virga prædicta si ponendum sit ex parte alterutra pondus, quod pondus aliud ex parte altera constitutum in eadem distantia sublevare debeat, ipso nonnihil majus esse oportet, ut ostendimus. Si autem corpus attollendum sit in dupla, tripla, dimidia distantia, attollendum erit per duplum, triplum, dimidium circuli arcum; illa enim pondera circa punctum suspensionis similes describunt circulorum arcus, qui proinde sunt ut radii, sive ut distantiæ a centro motus. Quare requiritur dupla, tripla, dimidia vis &c. ac proinde si pondus eo sit minus, quo distantia major est in eadem ratione, neutra pars vincere potest, sed pondera in æquilibrio manere necessum est. Hoc ergo est principium æquilibrii; distantiæ scilicet a centro motus sunt in ratione reciproca ponderum sive massarum, sunt enim pondera massis proportionalia. Fingi autem possent infinitæ gravitatis hypotheses, in quibus pondera non forent massis proportionalia; tumque *centrum massæ* per quod nempe traducto utcunque plano corpus divideretur in massas æquales, idem non foret cum centro

tro gravitatis. Verum tales hypotheses geometris considerandas relinquimus; physicis gravitatem constantem qualem in machinarum viribus aliisque experimentis sese manifestat, contemplari satis sit.

II. Præcedens doctrina ad machinarum quarumlibet vires æstimandas maxime valet. In quavis machina binæ utcunque vires inter se ponuntur connexæ, quarum quidem unam appellare solent *potentiam*, alteram vero *resistentiam*. Ubi autem vires quæcunque ad machinam transferuntur, non solum attendi debet ipsa potentia *absoluta* sine ullo scilicet machinæ adjumento, sed etiam velocitas, qua moveri inciperent vires secundum propriam directionem, si vincerent, vel contra directionem propriam, si vincerentur. Jam vero in casu æquilibrii, vires sunt in ratione reciproca distantiarum a centro motus, vel quod idem est, reciproce ut spatia eodem minimo tempore percurrenda, aut etiam ut velocitates *initiales* reciproce. Quare si vires absolutæ oppositę multiplicentur per suas a centro motus distantias, vel per spatia iisdem temporibus describenda, erunt producta illa hinc & inde æqualia, in casu æquilibrii. Productum ex potentia in distantiam a centro motus vocatur *momentum potentiæ*, productum vero ex resistentia in suam a centro motus distantiam dicitur *momentum resistentiæ*. Hic vero recordari oportet sæpius inculcatam virium definitionem; nempe virium nomine nihil aliud intelligimus nisi motum quemdam dato tempore genitum, ac proinde æquilibrii nomine nihil aliud intelligi volumus nisi motum æ-

qualem eodem tempore in partes contrarias producendum; unde patet æquilibrii notionem & demonstrationem nulli ambiguitati aut exceptioni obnoxiam esse posse. Eamdem vero demonstrationem manere evidens est, si vires quotlibet ad machinam adhibeantur; collectis nempe virium omnium momentis, si summa omnium, quæ machinam in unam partem nituntur convertere, inveniatur æqualis momentorum summæ in partem oppositam, habebitur æquilibrium. Si autem altera summa sit major, hæc vincet, machinamque movebit. Sed hæc omnia simpliciorum machinarum exemplis illustrabimus.

In statera quæ *Romana* dicitur, pondus mobile excurrit per virgam ferream in partes æquales divisam, adscriptis numeris, qui libras librarumque partes designant. Quo magis pondus removetur a puncto suspensionis quod *hypomochlium* dicunt, eo majus pondus ex adversa parte in constanti quadam distantia suspensum requiritur ad servandum æquilibrium. In statera *vulgari* æquales sunt a puncto suspensionis distantiæ. Evidens autem est utriusque stateræ ope æstimari posse corporum pondera. In *vecte* generaliter, sive fulcrum immobile cui vectis innititur sit inter vim & resistentiam, quæ dirigantur ad partes oppositas, sive fulcrum jaceat ultra vim & resistentiam quæ in eadem directione agant, quo remotior erit vis ab ipso fulcro, eo majus erit ejus momentum, ideoque quo magis removemus manum a fulcro, eo facilius pondus sublevamus. In *cuneis* augetur momentum, si longio-

giores sint & tenuiores; nimirum si minor sit angulus qui corpus frangendum vel dividendum penetret. Nam si minor est angulus, eo majus erit spatium quo cuneus promovetur a vi ipsum impellente, & minus erit spatium quo a se invicem discedunt partes *laterales*, quæ cunei progressum impedire nituntur. Quoniam autem angulus quem efficiunt binæ lineæ curvæ ubi se contingunt, est in immensum minor quam angulus quem efficit recta cum alia recta, ut constat ex ipsis geometriæ elementis, idcirco ungues & rostra incurvata & multo magis novaculæ utrinque introrsum excavatæ tam facile penetrant. In *Conchlea* dum manus ingentem peragit girum, axis per unicam Spiram promovetur. Hinc momentum eo majus quo Spira tenuior; & circulus quem manus peragit eo amplior. In machina quam dicunt *axem in peritrochio*, vectibus oblongis horizontaliter infixis cylindrus convertitur, cui interea dum advolvitur funis ponderi trahendo vel attollendo adversus, pondus ipsum promovetur in singulis revolutionibus quanta est cylindri circumferentia; vis autem vectibus illis applicata movetur per totam circuli circumferentiam, cujus radius est ipsa vectis longitudo. Alteram tandem subjungimus machinam, *trochleas* scilicet, quæ si fixæ fuerint vim non augent; at si ita fuerint conjunctæ ut aliæ sint immobiles, mobiles aliæ, jam vis in immensum augeri potest. Dum enim manus removetur a proxima trochlea, tantum ipsa movetur quantum funis educitur, & tantumdem contrahitur summa,

fu-

funium omnium a trochlea ad trochleam aliam tendentium; ideoque singula funium intervalla, quæ tot sunt quot trochleæ, eo minus contrahuntur quo major est trochlearum numerus, & eo minus trochleæ mobiles ad immotas accedunt, ideoque pondus eo minore spatio promovetur. Præcedentes machinas nulla subjecta figura explicavimus, nemo enim est qui machinas illas oculis frequenter non usurpaverit, visu autem multo facilius quam auditu percipiuntur.

Nunc vero breviter explicandum quid valeant machinæ, seu quanta utilitate adhiberi possint. Demonstratum est in casu æquilibrii esse MV = mv, ubi M, m denotant pondera quælibet, V, v velocitates. Jam vero si spatia dicantur S, s, tempora T, t, erit $V = \frac{S}{T}$, $v = \frac{s}{t}$, ideoque $\frac{ms}{t} = \frac{MS}{T}$, vel ms = MS, cum in machinarum actione tempora sint æqualia. Eo itaque reducitur machinæ cujuslibet actio, ut potentia m, quæ tempore unius horæ exempli gratia describere potest spatium s, pondus M per spatium S sublevare valeat. His positis, si m exhibeat pondus exiguum, M vero massam valde magnam, evidens est producto ms, repræsentari non posse momentum valde magnum, nisi spatium S eo minus sit respectu s, quo majus est pondus M respectu potentiæ m. Quare si s repræsentet spatium valde magnum, oportet ut tempus in eadem ratione majus sit; cum necessario determinatum sit spatium da-

to aliquo tempore unius horæ percurrendum. Hinc ergo colligitur in machina qualibet etiam perfectiſſima compendium virium neceſſario conjunctum eſſe cum temporis & ſpatii diſpendio. Quare minime credendum eſt imperitis, ut non raro contingit, hominibus qui ingentia pondera breviſſimo tempore ad magnam altitudinem attollere pollicentur.

III. In æſtimandis viribus, ipſa virium diractio conſiderari omnino debet. Sit (Fig. 8.) C in vecte KL, centrum motus, ſintque A, B vires duæ quæ agant ſecundum directiones KA, LB. Ex centro motus ducantur CM, CN perpendiculares ad directiones virium in M & N; ponatur CM minor quam CN, & ex centro C, intervallo CN deſcribatur circulus NHD rectæ KA occurrens in D. Vis abſoluta A repræſentetur per DA; hæc reſolvi debet in vim DG ſecundum directionem CD, & in vim DF perpendicularem ad CD, completo ſcilicet parallelogrammo AFDG. Jam vis DG agens ſecundum directionem CD, a centro ſcilicet circuli vel rotæ DHN verſus circumferentiam, nihil valet ad convertendam rotam circa C; ſola vis DF quam *relativam* appellant, hunc effectum producere poteſt, ac proinde vis abſoluta eſt ad vim relativam ut DA ad DF. Præterea vis B tendens ad partem contrariam conſiderari poteſt applicata in N vel L: vis enim eadem manet in quocunque directionis ſuæ puncto conſtituatur; pondera enim eadem manent in variias a terra diſtantiis, ac proinde & vires quæ ponderibus æquivalent. Jam ſi vis B

æqua-

æqualis ponatur vi respectivæ DF, erunt conatus æquales & oppositi, ac proinde in æquilibrio ob distantias CD, CN æquales, erit ergo in casu æquilibrii vis relativa per DF ad vim absolutam per DA ut DF ad DA, ut B ad A, atque ob triangula AFD, DMC similia erit B: A = DF: DA = CM: CD = CM: CN. Hanc ergo generalem demonstravimus pro qualibet virium directione æquilibrii legem, nempe vires esse in ratione reciproca perpendicularium, quæ ex centro motus ad respectivas virium directiones ducuntur.

IV. Ad demonstrandam æquilibrii legem, virgam inflexibilem, gravitate & inertia carentem qualis nulla existit in rerum natura, fingunt physici. Igitur in æstimandis ponderibus, gravitatis ratio habenda est. Id vero stateræ Romanæ exemplo declarare non abs re erit. In hac machina considerentur brachia duo inæqualia, quorum nota sint pondera, jam brachiorum pondera in suo gravitatis centro respective collecta fingi possunt, ac proinde momentum brachii utriusque erit ut productum ex pondere in distantiam centri gravitatis a puncto suspensionis respective, eritque momentorum differentia excessus ponderis, qui proinde auferri debet ut justum pondus habeatur. Quia vero brachia sunt homogenea, centrum gravitatis in brachiorum medio constitutum est: sunt autem tota inter se ut medietates; quare pondus uniuscujusque brachii ducatur in suam a centro suspensionis distantiam; momentorum differentia erit ipsum pondus subtrahendum. Ex his patet staterам

ram Romanam ob brachiorum inæqualitatem minus accuratam exhibere ponderis mensuram: fraus autem maxime crescere potest si brachia non fuerint homogenea. Hinc stateram vulgarem ob brachia æqualia in commercii usu adhibere præstat; si autem statera illa fraude aliqua peccaverit, facile detegitur dolus, permutatis ponderibus; ex demonstratis enim facile intelligitur nullum in statera dolum latere, si in utroque casu maneat ponderum æqualitas. At statera Romana ad examen haud facile revocari potest, quod quidem machinæ hujus vitium est maximum.

V. In omnibus machinis aliud est incommodum omnino inevitabile, mutuus nempe partium attritus. Nulla enim machina moveri potest nisi partes aliæ super alias incedant atque labantur. Nulla autem est superficies etiam eximie lævigata, quæ plurimis non emineat asperitatibus, & ut ita dicam, monticulis, quod quidem demonstrant observationes microscopicæ. Illæ vero asperitates sine resistentia, sine difficultate aliqua superari non possunt. Igitur quæ hactenus demonstravimus de machinarum viribus, dicta volumus duntaxat in hypothesi quod omnia abessent impedimenta, quæ profecto efficiunt ut ad movendum pondus major potentia requiratur quam quæ ex præcedenti doctrina definitur. At quo magis impedimenta de medio tolles, eo propius experimenta ad demonstrationes physicas accedent.

Resistentiam ex mutuo partium attritu oriundam variis experimentis æstimare ten-

tarunt diligentissimi physici; sed irrito, ut nobis videtur, conatu. Alii resistentiam illam ex ipsa superficierum magnitudine computandam esse existimarunt, alii ex corporum pondere, alii tandem ex ipsa velocitate; at mihi facile persuadeo ex his tribus conditionibus pendere mutuum partium attritum. Et quidem quo major est superficies, eo plures occurrunt superandæ asperitates. Præterea quo majus est corporis pondus, eo altius corporis unius asperitates alterius corporis cavitatibus inseruntur. Tandem quo major est velocitas, eo plura dato aliquo tempore superanda occurrunt impedimenta. At præter conditiones illas maxime etiam considerari debet ipsa superficierum natura, prominentium scilicet partium asperitas, numerus, textura, durities, aliæque plurimæ qualitates nullo experimento satis accurate definiendæ, atque hinc fit ut varia experimenta varias præbeant resistentiarum mensuras. Tandem in æstimanda resistentia considerari etiam debet vectis longitudo quam tamen prætermittere solent plerique physici, perperam quidem. Etenim mutuus partium attritus corporis motum destruit ac retardat non secus ac faceret potentia quæ ad partes directioni motus contrarias ageret, ac proinde ad æstimandam resistentiam satis non est resistentiæ absolutæ rationem habere, sed vectis longitudo attendi etiam debet. Exemplo sit trochlea circa axem mobilis, cujus ope pondera attolli solent; resistentia ex mutuo partium attritu oriunda est mutuus axis trocleæ & cavitatum quas ingreditur attritus;

qua-

quare resistentia illa eo breviori vectis brachio applicatur respectu potentiæ trochleam moventis, quo minor est axis diameter respectu diametri trochleæ, atque hinc fit ut multo minor sit trochleæ circa axem mobilis resistentia. Inde etiam intelligitur trochlearum rotarumque majorum commoditas. Ex hactenus explicatis derivari possunt in datis casibus utilissima sane artificia ad minuendam mutui attritus resistentiam; sed rem fusius persequi non est hujus loci.

VI. Ex centri gravitatis doctrina non solum pendent machinarum vires, sed alia quoque phœnomena plurima quorum pauca proponere satis erit. Si ex centro gravitatis corporis alicujus ducta intelligatur recta ad horizontem perpendicularis, hæc vocatur *linea directionis*. Porro linea illa vel cadit intra basim, vel extra ipsam excurrit; quare cum in ipso gravitatis centro totum corporis pondus locatum fingi possit, patet in primo casu nullum esse ruinæ periculum, si nempe linea directionis intra basim cadat, sustinetur enim corpus: contra autem linea directionis extra basim excurrente corpus labi & præceps ruere necessum est, nisi ipsa obstaret partium tenacitas. Mirum ergo non est quod turres Pisana & Bononiensis licet maxime inclinatæ, firmæ tamen & stabiles consistant. Hinc naturali quadam mechanica corpus retrorsum inflectunt imperiti quoque homines, si per locum declivem descendant; contra autem si ascendant, corpus antrorsum incurvant, ut nempe linea directionis in basim retrahatur. Hinc homines ambulantes singulo

pas-

passu a dextra ad finistram, & viceversa, corpus convertunt. Hinc homines pingues & obesi situm rectum affectare solent. Eadem de causa bajuli qui pondus alterutra manu gestant, manum alteram in partem oppositam extendunt. Tandem eodem artificio funambuli sese in omnes partes pro necessitate contorquent, & longiori pertica utuntur quam hinc & inde versant maxima industria, ut linea directionis extra angustissimam funem non excurrat.

VII. Centri gravitatis inveniendi rationem formula algebraica exhibere solent geometræ, nobis vero qui rerum facilitati maxime studemus centrum gravitatis in corpore quocumque mechanice invenire satis erit. Corpus aliquod filo suspendatur, volvetur converteturque corpus illud, donec filum ad terræ superficiem perpendiculariter dirigatur, centrum gravitatis erit in hac perpendiculari, nempe in linea directionis, quod quidem evidens est ex gravitatis directione & ex ipsa centri gravitatis natura. Jam atramento vel colore aliquo facile conspicuo in ipsa corporis superficie notetur linea quam perpendiculi filum fecerit: rursus ex alio puncto suspendatur corpus invertaturque corporis situs, & pari modo linea perpendiculi signetur, communi duarum linearum intersectioni imminebit centrum gravitatis: jam vero si per communem linearum intersectionem, intra corporis cavitatem ducta intelligatur perpendicularis; hæc transibit per centrum gravitatis, & designabit rectam, secundum quam corpus sustineri vel suspendi debet ut maneat

neat in æquilibrio. Res eadem facilius præstari potest adhibita tabula horizontali probe lævigata; promoveatur nempe corpus quantum fieri potest versus marginem tabulæ, ita ut tamen non cadat; notetur in ipsa corporis superficie linea quæ est communis intersectio superficiei & tabulæ. Deinde iterum invertatur corporis situs, promoveaturque ut ante, habebuntur communes intersectiones duæ, nempe secundum longitudinem & latitudinem, quarum communi intersectioni intra ipsum corpus subjacebit centrum gravitatis. Cætera se habent, ut ante. Cæterum evidens est in corporibus homogeneis, quæ nempe in partes æquales & similes dividi possunt, centrum gravitatis idem esse cum puncto corporis medio, quod *centrum figuræ* vel *magnitudinis* solet appellari.

Dato gravitatis centro in quolibet corporum numero, commune gravitatis centrum omnium, ex antea demonstratis facile invenitur. Si bina fuerint corpora quæcumque, centrum commune gravitatis erit in recta jungente utrumque gravitatis centrum; in medio si fuerint æqualia; si vero inæqualia, ita propius erit centrum commune gravitatis massæ majoris centro, ut distantiæ sint ipsis massis reciproce proportionales, ex demonstratis. Si corpora sint tria, conjuncto gravitatis centro communi binorum corporum cum centro tertii, divisaque recta jungente in ratione reciproca massæ minoris ad summam massarum, punctum hoc modo inventum erit centrum commune quæsitum. Eadem ratione progredi licet ad mas-

sas

sas quascunque: hæc autem omnia facile deducuntur ex demonstrato æquilibrii principio, si nempe consideretur corporis pondus tanquam coactum in centro gravitatis, atque eadem ratione evidens est centrum gravitatis esse unicum; fingamus enim aliud esse punctum, jam quia totum corporis pondus in centro gravitatis adunatum fingi potest, corpus suspensum extra gravitatis centrum, quantum fieri potest descendere debet, nec potest quiescere donec ad punctum infimum pervenerit. At proprietatem illam punctis duobus convenire repugnat. Itaque si corpora quotlibet inter se quomodocumque connexa e centro gravitatis communi suspendantur, totum corporum systema in æquilibrio manere necessum est. Hæc pauca dicta sint de centro gravitatis, non quidem pro rei dignitate, sed quantum postulare videtur harumce institutionum ratio.

APPENDIX.

De quibusdam capitis præcedentis utilitatibus.

I. QUod gravitatis doctrinam spectat, illius utilitas satis manifesta fiet ex dicendis deinde, ubi scilicet motus ex gravitate oriundos explicabimus. Interim vero observare satis sit ex variis philosophorum hypothesibus de causa gravitatis & ex ipsius rei difficultate omnino evinci, in physica sua esse & quidem abditissima arcana, quæ nulla humani ingenii vis reserare potest. Si autem in rebus limitatis a Deo

crea-

creatis insuperabiles persæpe occurrant difficultates, quod quidem a nemine suæ tenuitatis & ignorantiæ conscio negari potest, qua fronte Creatorem infinitum, & sanctissima Religionis mysteria curiosius scrutari atque penetrare tentant superba impiissimorum hominum ingenia, qui id omne respuunt & velut a ratione alienum fastidiose traducunt, quod suo imbecilli quidem ingenio non possunt comprehendere? Itaque apud religiosos probosque philosophos ea semper obtinere debet præstantissima & unica philosophandi ratio, quæ fundatur in experimentis & observationibus; hæc vero si ad physicam mechanicamque causam non semper nos deducat, ad causam infinitam, Deum conditorem & Dominum nos certissime perducit. Hic est fructus philosophiæ uberrimus, naturæ majestatem propius intueri, naturæ Auctorem impensius colere & venerari, illique soli servire. His autem pietatis & religionis ergo præmissis, jam inter innumeras capitis præcedentis utilitates, paucas seligamus.

Ad explicandos animalium motus maxime valet præcedentis capitis doctrina, quam quidem utilitatem satis demonstravit *Joannes Alfonsus Borellus* in eximio opere cui titulus est: De motibus animalium. Paucis exemplis rem declarare satis erit. Fingatur brachium horizontaliter extensum, extremisque digitis alligatum intelligatur pondus viginti octo librarum, quod quidem onus ab homine satis robusto in hoc situ sustineri posse experientia compertum est. Tale pondus sustinetur vi musculi cujus extremitas su-

superior annexa est capiti rotundo ossis humeri; altera autem extremitas capiti rotundo ossis cubiti alligatur. Jam cubitus cum manu extensa circa centrum articulationis in osse cubiti revolvi potest; notum præterea est ex diligentiori anatome distantiam musculi a centro articulationis esse ad ponderis ab eodem centro distantiam ut 1 ad 20. Quare ut habeatur momentum musculi, multiplicari debet pondus absolutum nempe 28 librarum per 20, distantiam scilicet a centro motus, efficiturque productum 560 librarum, tanta nempe est vis musculi ut libris 560 æquivaleat, ob superandam vectis longitudinem; id vero ex demonstratis facile intelligitur. Simili ratione ad calculum revocari possunt in alio quolibet casu musculorum vires, dummodo per anatomen data sit distantia a centro motus, & per experientiam superata resistentia innotescat. Porro hic obiter observanda est admirabilis plane musculorum dispositio; musculi scilicet ossibus alligantur in minori a centro motus distantia, ita ut potentiam musculi multo majorem esse oporteat. Quamvis autem animalibus orta inde videri possit aliqua virium jactura, in hac tamen structura omnipotentem Creatoris manum plane mirari debemus; si enim potentia longius distaret a centro motus, jam ob majorem articulationis distantiam non solum deformis atque molesta foret musculorum animaliumque figura, sed etiam ad motum minus idonea, suaque mole ac crassitie animalia laborarent.

II. Ad firmitatem ædificiorum æstimandam

dam eadem principia transferri possunt. Fingantur trabes duæ similes cylindricæ vel prismaticæ ABDE, FGHK (Fig. 9.) muro immobili IL infixæ, divisæ intelligantur AB, FG æqualiter in C, M. Jam illarum pondera fingi poterunt collecta in punctis C, M centro gravitatis directe oppositis. Facilitatis ergo ponatur AB = 2 FG, erit pondus trabis ABDE octuplo majus pondere trabis FGHK; sunt enim trabes illæ utpote similes in ratione triplicata laterum homologorum, ex elementis Geometriæ. Quare cum pondus trabis ABDE locatum fingatur in C, sitque AC duplo major distantia FM, erit momentum totum ad rumpendam trabem in puncto A, decies sexies majus momento trabis alterius. Jam conferantur vires, quæ trabes illas integras muroque infixas servare conantur. Sit ARE trabis majoris sectio, & FSK minoris. Dividantur AE, FK æqualiter in P, Q; erit in qualibet sectione fibrarum *longitudinalium* numerus, ut sunt sectiones ipsæ, ac proinde ut quadratum rectæ AE, ad quadratum rectæ FK, (ex elementis geometriæ,) nempe ut 4 ad 1, ideoque etiam cohæsio quæ est ut fibrarum numerus erit in eadem ratione; sed cohæsio illa considerari potest ut vis resistens, cujus proinde resistentiæ ut habeatur momentum, hæc collecta poni debet in centro gravitatis P, Q; ideoque cum sit AP = 2 FQ, erit in prima trabe momentum resistentiæ octuplo majus. At momentum vis, quæ trabem majorem in puncto A rumpere & a muro avellere conatur, est decies sexies majus. Unde evidens est

vires quæ ad trabes rumpendas tendunt, crescere in ratione quadruplicata longitudinum; vires autem oppositas, adhæsionis nempe, crescere tantum in ratione triplicata. Hinc trabes majores, servata licet partium proportione, rumpuntur facilius; imo tanta esse posset illarum longitudo ut proprio pondere fractæ necessario ruerent. Merito igitur concludit Galilæus ædificium aliquod firmum stare posse, quod proculdubio rueret, in formam justo ampliorem redactum, manente licet partium proportione; quod quidem in arte architectonica utilitate non vacat.

Ex eodem principio infert celeberrimus auctor suos esse in operibus naturæ & artis limites, quos ultra consistere eadem opera minime valerent. Ita si arbores nimio donarentur volumine, gravitate sua oppressi rami facile rumperentur. Simili ratione crassiora animalia vim non habent, quæ illorum magnitudini respondeat; atque hinc si aliqua forent terrestria animalia multo majora iis, quæ novimus, vix organicos motus exequi possent, suaque mole fatiscerent perpetuisque obnoxia essent periculis. Ex hac doctrina concludere audent intemperantiores quidam critici nullos unquam extitisse homines, qui justam vulgaremque hominum magnitudinem multum excederent. Nec scriptores illos hac in re valde moratur sacræ Scripturæ auctoritas; ajunt enim nominibus hebræis *Nephilim* & *Gibborim*, quę in primigenio textu leguntur & in *vulgata* nostra *Gigantum* nomine redduntur, significari etiam posse sceleſtos homines suisque fla-

flagitiis non minus, quam staturæ magnitudine famosos. Quod autem refertur Deut. 3 de lecto Og, *qui novem cubitos habebat longitudinis & quatuor latitudinis*, de sola lecti magnitudine iidem auctores intelligunt, eamque ferunt apud orientales populos consuetudinem ut amplissimos lectos ad pompam ornarent & in tali ornamento fastum collocarent. Verum quidquid sit de hebraicorum nominum ambiguitate, eam omnino dirimit Vulgatæ versionis & 70 Interpretum auctoritas, nullumque dubitandi locum relinquit gigantis Goliath altitudo, quæ lib. 1 Reg. describitur *sex cubitorum & palmi*. Itaque ex dictis hoc unum colligere licet, præter consuetas naturæ leges conformatos fuisse enormes gigantes & singulari virium proportione donatos, quod quidem exemplo suo confirmant aliqui inusitatæ staturæ homines qui his nostris temporibus per urbes vagantur suæque magnitudinis beneficio victum quæritant. Tales autem homines, si cum antiquis gigantibus conferantur, velut nani & pumiliones haberi debent, sua tamen magnitudine quasi opprimi & laborare observantur. Necessaria ergo fuit antiquis gigantibus insolita & præter naturæ humanæ ordinem virium proportio; præsertim si verum sit quod de gigantibus illis legitur, aliquos scilicet longe ultra vulgarem hominum ætatem & per multa sæcula vixisse. Idem dicendum de gigantibus, quos etiamnum hodie magno numero extare narrant viatores nonnulli, quibus tamen facilius & nisi dicto fides constiterit, credendum non est.

III. Ad principia in præcedenti capite

explicata pertinet horologiorum rotis instructorum motus, sed utilitas melius intelligetur deinceps; demonstrata scilicet pendulorum doctrina, unicum aliud utilitatis exemplum afferemus. Nemo non videt in *portatilibus* horologiis *machinulam conicam* quam catenula amplectitur. Hujus figuræ ratio ut intelligatur, observandum est desinente horologii motu, catenulam cylindrico horologii tympano totam circumplicari; si autem horologio motus restituatur, catenula e tympano ad conicam machinulam transire debet. Id vero fieri non potest, nisi tympanum convertatur, totque revolutiones perficiat quot gyris catenula ipsa tympano convolvitur. Præterea talis est in tympano partium structura, ut eo per vices revoluto, magis ac magis tendatur lamella elastica in tympano conclusa. His præmissis evidens est majorem tunc haberi lamellæ elasticæ tensionem, ac proinde & majorem vim, dum catenula tota conicæ machinulæ circumponitur; hæc autem tensio per gradus decrescit, dum machinula revolvitur, ac tandem vis fit omnium minima dum gyros fere omnes catenula absolvit & puncto ultimo proxima est. Itaque patet ex illa vis motricis inæqualitate futurum esse, ut perpetuæ variationi obnoxius sit rotarum motus, nisi figura conica paratum fuisset huic incommodo remedium. Igitur ad corrigendam motus inæqualitatem, efficiendum erat ut majore existente vi motrice minor foret distantia a centro motus, ideoque & minor machinulæ diameter, & contra; oportet nempe ut in machinulæ puncto quoli-

libet productum ex vi tensionis in distantiam a centro motus sit constans semper & æqualis; hoc enim artificio fit ut vis motrix eadem perpetuo maneat atque uniformiter fere moveantur rotæ, non secus ac facerent appenso aliquo constanti pondere. Cum ergo demonstrata principia accuratam nobis suppeditent temporis mensuram, hanc quoque utilitatem inter innumeras alias commendare voluimus. Problema est apud Geometras notissimum: Invenire curvam, cujus revolutione genitum solidum, quæsitam præberet in horologiis motus æquabilitatem, ex qua proinde curva formari deberet prędicta machinula; verum res est sublimioris indaginis, atque motus uniformitatem convenientemque figuram repetitis experimentis accuratissime inveniunt peritiores horologiorum artifices; talis figuræ rationem exposuisse satis sit.

SECTIO SECUNDA

De reliquis universalibus corporum proprietatibus ex virium notione derivandis.

CAPUT PRIMUM.

De motu in genere, variisque illius speciebus.

EX ipsa virium notione derivari *mobilitatem* & *quiescibilitatem* evidens est; motus enim est virium effectus, & seclusa vi qualibet impressa corpus semel quiescens perpetuo quiesceret. Amplissimum quidem patet hujus capitis argumentum, sed præ-

cipuas duntaxat motuum species expendemus. Et 1. quidem de motu generatim paucis præmissis, ad motum rectilineum & deinde ad curvilineum progrediemur; illas autem duntaxat motuum leges explicabimus, quæ in rerum natura maxime obtinent, prętermissis variis motuum variabilium pro arbitrio confictis hypothesibus. Tandem corporis solitarii motu considerato, diversos corporum motus inter se comparabimus & conflictuum regulas demonstrabimus.

ARTICULUS I.

De motu generatim considerato.

I. MOtum jam antea definivimus *continuam loci mutationem;* unde intelligitur quietem esse *perseverantiam* in eodem loco. Quare cum *mobile* non consideremus nisi quatenus locum mutat, & a magnitudine aliisque affectionibus quibuscunque abstrahamus, mobile instar puncti consideratur quandiu solius mutationis loci ratio habetur, atque ideo durante motu lineam describere ponitur; continuo enim motu puncti linea describi concipitur. Locus a quo mobile recedit vel recedere conatur, dici solet in scholis *terminus a quo*: locus vero, ad quem mobile accedere conatur, *terminus ad quem* appellatur. Locus duplex distinguitur *absolutus & relativus*. Locus absolutus dicitur, pars spatii immobilis & immensi, quam res occupat. Locus autem relativus est spatii alicujus dati pars illa, quæ tanquam immota spectatur & in qua res locatur. Hinc patet fieri posse ut mutetur locus.

cus absolutus, non mutato loco relativo & viceversa; nam si nauta in navi quæ plenis velis fertur, quiescat, locum suum absolutum mutat cum navi, ipse vero servat eumdem locum relativum respectu partium navis; at si nauta pari velocitate, qua fertur navis ipsa, progrederetur contra navis directionem, mutaret locum relativum, manens in eodem loco absoluto. Itaque pro varia loci mutatione, motus vel est absolutus, si mutetur locus absolutus; vel relativus, si mutetur locus relativus. Idem dicendum est de quiete, quæ est perseverantia in loco vel absoluto, vel relativo. Fieri igitur potest, ut ea, quæ absolute quiescunt, nobis videantur moveri, dum nempe locum suum mutant relative ad alia objecta, quæ tanquam immota consideramus, vel quorum motum non percipimus. Nam cum omne corpus nobis conspicuum suam imaginem ope radiorum ab eodem objecto prodeuntium, in oculi fundo, seu in retina depingat, ea objecta moveri videntur quorum imagines in retina moventur seu diversas retinæ partes continuo ac successive occupant, dum quis oculum suum velut immotum fingit. Contra autem velut quiescentia cernimus objecta illa quorum imagines eamdem semper occupant retinæ partem; cum scilicet imaginum motus in fundo oculi non sentitur; atque hinc est quod homines in navi sedentes ipsum navis motum non percipiant; omnes quippe navis partes inter se relative quiescentes, eamdem quoad oculum positionem & distantiam servant, imaginesque suas in iisdem retinæ

partibus delineant, at cum oculos ad littora convertit spectator, necesse est ut objecta in littore posita situm suum respectu oculi continuo mutent, ac proinde imagines suas in aliis aliisque retinæ partibus successive pingant; qua ratione fit ut littora urbesque moveri videantur.

II. Omissis quæstionibus plurimis & omnino superfluis de natura motus; considerare satis erit motum velut certissimum atque indubitatum naturæ effectum, a nemine nisi sceptico negandum. Et quidem experientia quotidiana constat plura corpora inter se relative moveri cum infinita propemodum varietate; sed corpus unum non potest moveri relative ad alterum, nisi alterutrum saltem moveatur absolute. Etenim si corpora duo absolute quiescunt, positionem suam inter se non mutant, ac proinde si unum spectetur ut immotum, alterum etiam immotum apparebit, nullaque erit locorum mutatio relativa; ergo ex motu relativo evidenter demonstratur motus absolutus. Serio refelli non merentur ineptissimæ veterum scepticorum argutiæ, quibus impossibilitatem motus adstruere stultissime laborabant. Tales cavillationes risu excipi debent, quemadmodum ab Herophilo medico factum fuisse narrat Sextus Empiricus. Hoc argumentum proposuerat Diodorus Chronus Sophista: Si corpus moveretur, vel moveretur in loco in quo est, vel in loco in quo non est; atqui nec moveri potest in loco in quo est; ut enim moveatur, debet mutare locum; nec moveri potest in loco in quo non est, siquidem nec agere nec pati po-

poteſt, ubi non eſt: ergo corpus nullo modo moveri poteſt. Hoc ſophiſma lepide ſolviſſe fertur Herophilus; cum enim a Diodoro ut luxatum ipſius humerum reſtitueret, vocatus eſſet, ſubridens dixit eum forte alio morbo laborare, humerum e ſuo loco excidere non potuiſſe, cum nequeat moveri; etenim, inquit Herophilus, ſi motus eſſet, vel motus eſt in loco in quo erat, vel in quo non erat, ſed neutrum fieri poteſt, ergo humerus luxatus non eſt. Sophiſta cui non placebat argumentum, rogavit medicum ut dictorum oblivìſceretur, & remedium malo adhiberet. Cæterum ſtatim patet ſophiſma; nec enim corpus movetur in loco in quo non eſt, ſed movetur e loco in locum, ſeu dum continuo mutat locum, & de loco in quo eſt transfertur in locum in quo non erat. Nihilo ſolidius eſt vulgatiſſimum Zenonis argumentum. Sophiſma eſt hujuſmodi; ponatur Achillem curſu velociſſimum a teſtudine animali tardiſſimo diſtare intervallo paſſuum mille, atque eum centies velocius teſtudine moveri. Dum Achilles unum percurrit milliare, teſtudo milliaris partem unam centeſimam conficiet, ideoque Achilles teſtudinem nondum eſt aſſecutus. Rurſus dum Achilles partem illam milliaris centeſimam percurrit, teſtudo interim per milliaris partem decies milleſimam reptabit, ideoque nec adhuc teſtudinem erit aſſecutus Achilles. Eodem modo dum Achilles partem illam milliaris decies milleſimam decurrit, teſtudo per milliaris partem millioneſimam promovebitur, ideoque nec teſtudinem poteſt attingere,

atque sic progredi licebit in infinitum, nec Achilles unquam poterit testudinem captare.

En celebre Zenonis Sophisma, quod *Achilem* ob vim ipsius quam existimabat insuperabilem appellitabat; hanc cavillationem scriptis tractatibus integris solverunt aliqui, deambulando autem solvebat Diogenes. Sophismatis fallaciam statim demonstrant arithmetici; hoc enim in arithmetica demonstratum est, summam seriei cujusvis quantitatum in quavis proportione geometrica in infinitum decrescentium æqualem esse quantitati finitæ; sed milliaris pars $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{1000000}$, $\frac{1}{100000000}$ & sic in infinitum, est series quantitatum in progressione geometrica decrescentium, ideoque illius summa cum sit æqualis quantitati finitæ, a mobili tempore finito percurri potest. Ponamus Achillem spatio unius horæ milliare peragrasse, ergo & partem milliaris centesimam in parte horæ centesima conficiet, & partem milliaris decies millesimam in horæ parte decies millesima percurret, & ita in infinitum. Si hujus seriei in infinitum continuatæ summa infinito temporis spatio responderet, jam Achilles testudinem nunquam assequeretur tempore finito. Verum, ut dictum est, horæ pars $\frac{1}{100} + \frac{1}{10000} + \frac{1}{1000000}$ &c. quantitati finitæ

æqua-

æqualis est, uni scilicet parti nonagesimæ nonæ unius horæ, ut facile demonstratur in arithmetica; igitur Achilles testudinem assequetur post elapsam horam unam & partem horæ nonagesimam nonam. Itaque evanescit argumentum cujus vim insuperabilem toties jactaverunt illius patroni; & quidem absurde omnino sibique parum consentientes, cum testudinem & Achillem, etsi nunquam se invicem attingerent, magis tamen ac magis ad se mutuo accedere ac proinde & moveri concedant. Hæc de motu generatim dicta sint, quibus adjungenda essent alia nonnulla, sed hæc ex primo physices articulo repetenda; ubi ea tractari doctrinę necessitas postulabat.

ARTICULUS II.

De rectilineo corporum descensu.

I. Motum *variabilem* jam in primo physices capite definivimus; is nempe est cujus velocitas continuo crescit aut decrescit. Dicitur autem *uniformiter acceleratus*, si temporibus æqualibus æqualia accedant velocitatis incrementa; contra *uniformiter retardatus* appellatur, si velocitas temporibus æqualibus ad quietem usque æqualiter decrescat. Uniformiter acceleratum esse motum vi gravitatis constantis productum, ex ipsa definitione facile colligitur. Et quidem 1. descensum perpendicularem consideremus. Ponatur tempus quo grave aliquod descendit divisum esse in

particulas æquales & valde exiguas, primaque temporis particula agat gravitas, & corpus perpendiculariter impellat. Si jam post primum illud tempus omnis gravitatis actio cessare fingatur, nihilominus per vim inertiæ, acquisitam velocitatem corpus perpetuo servaret. At cum gravitas indesinenter agat, etiam in secunda temporis particula corpus alium gravitatis impulsum priori æqualem accipiet, àc proinde velocitas elapso secundo tempore dupla erit. Simili ratiocinatione patet velocitatem esse triplo majorem, elapso tertio tempore & ita deinceps. Ergo velocitas crescit ut tempus, seu æqualibus temporibus æqualia accedunt velocitatis incrementa, ac proinde motus est uniformiter acceleratus ..... 2. Si corpus descendat per planum inclinatum, res eadem facile demonstratur. Etenim corpus C (Fig. 10.) incumbat plano inclinato F. Ex centro C ducta intelligatur CG ad basim horizontalem DB perpendicularis, quæ exhibeat gravitatem totam absolutam corporis C, & dividatur in vires duas quarum una CF sit plano inclinato perpendicularis, altera vero eidem plano parallela. Vis quæ est ut CF, nihil confert ad descensum corporis per planum inclinatum, sed tota impenditur in premendo plano; superest ergo duntaxat vis FG; sed ob triangula rectangula DAB, CFG similia, erit FG : CG = AB : AD. Hæc autem ratio eadem manet, in quocumque loco plani inclinati positum sit corpus, ac proinde & eadem est ratio gravitatis absolutæ CG ad gravitatem relativam FG; igitur gravitas relativa constans

est,

est, ideoque eadem est demonstratio quæ pro gravitate absoluta, quare motus est uniformiter acceleratus. Contraria ratione intelligitur motum corporum in eadem recta sursum tendentium esse uniformiter retardatum; cum scilicet vis gravitatis contra motus impressi directionem perpetuo & uniformiter agens, æqualibus temporibus æqualiter motum minuat, usquedum velocitas omnis sursum exstincta sit.

II. Recta AB (Fig. 11.) exhibeat tempus quo corpus aliquod per datum quodlibet spatium descendit. Divisum intelligatur tempus in particulas innumeras, ei, im &c. Jam velocitas temporis particula infinite parva erit uniformis, hæc autem repræsentetur per ef, recta ik exhibebit velocitatem particula temporis infinite parva im, & ita deinceps; sed ex demonstratis in primo articulo, spatium motu uniformi percursum, est ut rectangulum sub tempore & celeritate: quare erit spatium percursum tempore ei, velocitate ef, ut rectangulum if: eodem modo spatium percursum tempore im, & celeritate ik, erit ut rectangulum mk, & sic de cæteris. Quare erit spatium his omnibus temporibus percursum ut omnia hæc rectangula. Cum autem temporis particulæ sint infinite parvæ, rectangulum if non differt a trapezio eifk, ac proinde rectangulorum omnium summa æqualis est triangulo ABC. Jam vero ob motum uniformiter acceleratum, tempora Ao, AB, ac proinde similia sunt triangula Aor, ABC; ideoque sunt ut quadrata laterum Ao, AB, vel or, BC, hoc est, ut quadra-

ta

ta velocitatum aut temporum, ac proinde etiam, quod idem est, velocitates aut tempora sunt in ratione subduplicata spatiorum. Ex hac uniformis accelerationis lege statim evidens est spatium dimidio tempore AB percursum velocitate CB tempore AB acquisita, æquale esse spatio tempore AB descripto motu uniformiter accelerato. Etenim spatium velocitate uniformi BC tempore AB percursum repræsentatur per rectangulum ABCD, duplum trianguli ABC, ac proinde dimidium spatium, quod est ut triangulum ABC, velocitate uniformi BC dimidio tempore percurritur.

III. Si corpus aliquod vi gravitatis constantis tempore quolibet dato datum spatium percurrat, tempore duplo describet spatium quadruplum, tempore triplo spatium noncuplum &c. Nempe si tempora fuerint in proportione arithmetica, 1, 2, 3, 4, &c, spatia percursa se habent in proportione 1, 4, 9, 16 &c. hoc est si corpus minuto uno secundo describat pedes 15 duobus secundis percurret pedes 15 X 4, tribus secundis, 15 X 9, & ita deinceps. Igitur spatia singulis temporibus seorsim descripta sunt ut numeri impares 1, 3, 5, 7 &c. ut patet. Si enim ex spatio 4 duobus primis temporibus percurso auferatur 1, spatium scilicet primo tempore descriptum, remanet 3 spatium descriptum secundo tempore, & ita dicendum de aliis quibuslibet temporibus. Cæterum patet hæc omnia convenire etiam corporibus, quæ per plana inclinata descendunt. Demonstravimus enim hunc esse plani inclinati effectum ut corporis gravitatem ab-

abſolutam minuat, manente tamen conſtante gravitatis parte reliqua.

Hinc merito inter machinas recenſetur planum inclinatum; cum enim *machina* appelletur quidquid ad motum faciliorem confert; evidens eſt machinis annumerandum eſſe planum inclinatum; cum aliquam gravitatis abſolutæ partem ſublevet, eam tantum ſuperandam relinquens gravitatis partem, quæ plano inclinato parallela eſt.

IV. Conſtantem eſſe gravitatem terreſtrem jam antea oſtendimus; itaque quidquid demonſtratum eſt hactenus, ad gravium deſcenſum transferri debet; ac proinde dato quolibet tempore inveniri poteſt ſpatium vi gravitatis cadendo deſcriptum, & viceverſa dato ſpatio definitur tempus. Sit altitudo quælibet data, vel ſpatium cadendo percurſum a, tempus t, ſpatium data aliqua temporis parte 1 deſcriptum dicatur s, erit $1 : s = t^2 : a$, ideoque $s = \frac{a}{t^2}$, & $t^2 = \frac{a}{s}$; quare $t = \sqrt{\frac{a}{s}}$. E. G. Si corpus pedes 60 percurrat tempore minutorum duorum ſecundorum, ſpatium quatuor minutis ſecundis percurrendum erit $16. \; 60 : 4 = 4. \; 60 = 240$. Viceverſa ſi tempore ſecundorum quatuor corpus percurrat 240 pedes, tempus quo percurritur ſpatium pedum 135 erit $\sqrt{135. \; 16 : 240} = \sqrt{135 : 15} = \sqrt{9} = 3$. At obſervandum eſt demonſtratam accelerationis legem valere duntaxat in vacuo, ſublata aeris reſiſtentia, ſecluſiſque

aliis

aliis quibuslibet impedimentis. Attamen si experimenta fiant in globis qui pondus satis magnum sub exiguo volumine continent; demonstratam accelerationis legem satis accurate servat globorum illorum descensus; hac lege descendunt globi plumbei in angustum volumen redacti; at si iidem globi in sphæram cavam magnæ diametri extenderentur, jam turbaretur maxime lex illa; imo eo tenuitatis reduci posset globus ut aeri mollioris plumæ instar innataret. At de aeris fluidorumque resistentia sermo erit deinceps. Neque etiam hinc consideramus gravitatem in magnis a terra distantiis; hanc enim in ratione distantiarum duplicata decrescere jam demonstravimus. Verum cum in distantiis a terra mille & mille ducentarum hexapedarum gravitatem constantem demonstrent experimenta, talem gravitatis legem nunc explicasse satis sit. Hæc autem gravitatis doctrina debetur *Galilæo* qui motus uniformiter accelerati leges primus omnium invenit atque demonstravit.

V. Ex demonstratis facile comparantur inter se corporum descensus per diversa plana inclinata. 1. Si ex puncto B ad planum inclinatum AD demittatur perpendicularis BK (Fig. 10.), iisdem temporibus percurruntur spatia AB, AK. Etenim gravitas absoluta CG est ad gravitatem relativam FG, ut longitudo plani inclinati AD ad illius altitudinem AB, ac proinde cum vires illæ sint constantes, erunt inter se ut velocitates dato tempore genitæ, ex sæpius demonstratis; jam ob angulum rectum in

E,

B, erit AK : AB = AB : AD ; quare AK erit ad AB ut velocitas per planum AK ad velocitatem per planum AB eodem tempore genitam. Igitur ſpatia AK, AB eodem tempore percurruntur. Inde autem ſtatim patet æqualia eſſe in circulo deſcenſuum tempora per chordam quamlibet, & per diametrum verticalem, ac proinde æqualia deſcenſuum tempora per chordas ſingulas. Et quidem cum angulus K ſit rectus, per puncta tria A, K, B deſcribi poterit circulus cujus diameter erit AB, chordæ autem erunt AK, BK; ac proinde diameter verticalis & chorda AK vel BK eodem tempore deſcribentur. Hæc autem ratiocinatio valet in circumferentiæ puncto quolibet, cum angulus ſemidiametro inſiſtens ſit ſemper rectus. Quare chordæ ſingulæ eodem tempore percurruntur ..... 2. Tempus quo corpus C deſcendit ex A in D eſt ad tempus quo cadit ex altitudine perpendiculari ut AD ad AB. Nam ob motum uniformiter acceleratum, AD eſt ad AK ut quadratum temporis per AD ad quadratum temporis per AK vel AB. Sed (ex elementis geometriæ) AD eſt ad AB ut AB ad AK, & $AD^2 : AB^2 = AD : AK$. Igitur quadratum temporis per AD eſt ad quadratum temporis per AK ut AD^2 ad AB^2. Ergo tempus deſcenſus per AD eſt ad tempus deſcenſus per AK (hoc eſt) per AB, ut AD ab AB .... 3. Tempora deſcenſuum per plana quotlibet inclinata ejuſdem altitudinis, ſunt inter ſe ut planorum longitudines : nam tempus per AD eſt ad tempus per AB, ut AD ad AB; ſimili

mo-

modo tempus per AM eſt ad tempus per AB ut AM ad AB, ac proinde tempus per AD eſt ad tempus per AM ut AD ad AM .... 4. Si corpus deſcendat per plana quotlibet inclinata AD, AM ejuſdem altitudinis, velocitates in punctis M, D, acquiſitæ æquales ſunt inter ſe & velocitati acquiſitæ in deſcenſu perpendiculari per AB. Cum enim ſpatia AB, AK motu uniformiter accelerato percurrantur, velocitas acquiſita in B erit ad velocitatem acquiſitam in K ut $\frac{2AB}{T}$ ad $\frac{2AK}{T}$, reducendo motum uniformiter acceleratum ad motum uniformem, quod fieri poſſe jam demonſtravimus, ſumpto ſcilicet ſpatio duplo motu uniformi eodem tempore percurſo. Jam vero ob tempora T, T æqualia & numerum conſtantem 2, erit velocitas in B ad velocitatem in K ut AB ad AK, vel ut AD ad AB, ob triangula ſimilia AKB, ABD. Sed quadratum velocitatis in D eſt ad quadratum velocitatis in K, ut AD ad AK, & præterea (ex elementis geometriæ) AD: AB = AB: AK, quare AD : AK = AD^2 : AB^2; ergo quadratum velocitatis in D eſt ad quadratum velocitatis in K ut AD^2 ad AB^2; ac proinde velocitas acquiſita in D eſt ad velocitatem acquiſitam in K ut AD ad AB, vel ut velocitas acquiſita in B ad velocitatem acquiſitam in K. Ergo velocitas in D æqualis eſt velocitati in B. Simili ratiocinatione velocitas in M æqualis demonſtratur velocitati in B ac proinde & velocitati in D, atque de-

demonstratio valet de alio quolibet planorum numero. His quatuor numeris comprehendimus præcipuas corporum per plana inclinata descendentium leges, eas scilicet quæ ad sequentem articulum intelligendum necessariæ omnino sunt.

ARTICULUS III.

De motu Curvilineo.

I. DEmonstratum est jam, ubi virium compositionem & resolutionem explicavimus, nullam curvam vi unica describi posse, sed requiri saltem vires duas diversæ naturæ quæ scilicet rationem perpetuo variabilem inter se habeant. Evidens est infinitum a geometris considerari posse virium ordinem ac proinde & curvas numero infinitas; at physicis considerare satis est illas virium rationes, quæ in rerum natura generatim obtinent. Itaque duas in hoc articulo distinguemus motuum species; alii sunt motus *liberi*, corporum scilicet, quæ semel mota sibi deinde libere permittuntur; alii autem sunt motus *non liberi*, corporum nempe, quæ impedimento aliquo retinentur. Ad primam motuum speciem pertinet corporum projectilium motus; ad alteram autem pertinet motus pendulorum. De hac duplici motuum specie ex ordine tractabimus, præmisso principio ex quo universa pendet curvilineorum motuum doctrina.

Consideretur latus infinitesimum curvæ AB, per quod labatur corpus B, velocitate qua-

qualibet finita expressa per BC (Fig. 12.). Jam ubi corpus pervenit in C, viam flectit per CD ita ut producto latere DC angulus externus BCM sit infinite parvus. Potest enim curva quælibet considerari tanquam composita ex planis inclinatis numero infinitis & infinite parvis, quorum proinde inclinatio debet esse infinite parva, ut planorum inclinatorum series abeat in curvam continuam. Jam vero latus CD se habet tanquam obstaculum, uniformem corporis motum secundum directionem BC retardans. Quare vis finita BC dividi debet in vires duas, unam secundum directionem BN vel CD lateri CD parallelam, & alteram BM vel NC perpendicularem ad CD. Sola vi finita expressa per BN corpus describit latus CD eodem tempore quo describeret latus BC, ideoque æquales sunt CD, BN motu uniformi eodem tempore percursæ; quæ quidem omnia manifesta sunt, si revocentur in memoriam quæ de virium compositione & resolutione demonstrata sunt. Porro in hac demonstratione ponitur abesse vim omnem elasticam & resistentiam quamlibet. Est autem vis expressa per NC vel BM quantitas infinitesima primi ordinis, cum sit sinus anguli infinitesimi BCM, cujus radius est BC exprimens vim finitam; vis autem NC tota consumitur in premendo latere CD, nihilque confert ad velocitatem per curvam. Igitur velocitas corporis B per latus CD est ad illius velocitatem per latus BC ut BN ad BC. Jam centro B radio BN describatur arcus NI, erit BI = BN, ac proinde CI exhibebit velocitatem amissam.

Sed

Sed arcus NI considerari potest tanquam recta infinite parva ex angulo recto N in hypothenusam BC perpendiculariter demissa: ergo NC est media proportionalis inter CB & CI; sed CB est quantitas finita, NC infinitesima primi ordinis, ergo CI est infinitesima ordinis secundi, ac proinde corpus curvam describens ex latere infinitesimo in aliud contiguum transiens, non amittit nisi velocitatis partem infinitesimam ordinis secundi, ac proinde per finitum curvæ arcum descendens amittet duntaxat velocitatis partem infinitesimam ordinis primi, hoc est nullam; atque hoc est universalissimum curvilinei motus principium. Jam primam motuum speciem consideremus.

II. Ex prætalti montis vertice explosus intelligatur globus missilis secundum directionem horizontalem; alia quælibet directio considerari posset, sed directionem hanc omnium simplicissimam & commodissimam nunc adhibere satis sit. Jam si vis globo missili impressa fingatur infinite parva, vi gravitatis in terram globus perpendiculariter recidet; si autem vis impressa ponatur infinite magna, secundum directionem horizontalem globus perpetuo movebitur. Hæ sunt duæ extremæ hypotheses, inter quas infiniti alii casus esse possunt, sed eos duntaxat exponemus qui ad physicam pertinent.

1. Globus missilis projiciatur per rectam horizontalem AB (Fig. 13.); & interea vi gravitatis constanti perpendiculariter urgeatur secundum directionem AR; jam recta AB divisa intelligatur in partes innumeras æquales, ut AE, vi semel impressa tempo-

ribus æqualibus descriptas, rectæ illæ repræsentare poterunt tempora; sunt enim tempora inter se ut spatia motu uniformi descripta; si autem ad singula divisionum puncta ducantur rectæ ad horizontem perpendiculares ut QE, ita ut rectæ illæ sint ut quadrata rectarum AE, spatia singulis temporibus motu uniformiter accelerato descripta per easdem rectas exhibentur. Itaque corpus motu composito describet diagonalem virium AE, EQ, cujus hæc erit natura ut nempe rectæ EQ vel AH semper sint ut quadrata rectarum AE vel QH, ductis scilicet AE, HQ & AH, EQ parallelis; sed hæc est natura curvæ, quam *parabolam Apollonianam* vocant Geometræ, ut nempe *abscissæ* semper sint ut quadrata *ordinatarum*, ergo gravia projecta in hac gravitatis lege parabolam describunt. Evidens autem est eamdem manere demonstrationem, etiamsi projectionis directio fuerit ad horizontem utcunque obliqua; tota enim demonstratio pendet ex duorum motuum compositione, quorum unus est uniformis, alter autem uniformiter acceleratus. Porro quæcunque sit projectionis ad horizontem inclinatio, eadem manet motuum illorum natura, ac proinde & eadem natura curvæ. Si enim curvæ eadem virium compositione describantur, eadem manet virium natura.
2. Luna revolvitur circa terram, ideoque globi missilis instar projecta intelligi potest secundum directionem tangentis orbitæ, & interim vi centripeta tendens in terram. Verum in primo casu ob exiguas a tellure distantias gravitatem tanquam constantem sin-

fingere, illiusque directiones velut parallelas habere licet, quæ quidem hypothesis ad corpora cælestia transferri non potest; cum ob magnas distantias neque constantem gravitatem, neque illius directiones velut parallelas considerare liceat. Jam evidens est globum juxta telluris tangentem minori velocitate emissum describere arcum minorem, majore autem velocitate arcum majorem, atque aucta adhuc velocitate longius pergere, ita ut prætergredi possit totum telluris ambitum & ad montem unde projectus fuerat redire. Fingamus jam corpora quælibet de regionibus altioribus projici & ad terram vel solem aut quodlibet punctum vi centipeta tendere, pro varia corporum velocitate & vi gravitatis describentur arcus vel concentrici, vel excentrici, atque in suis orbitis pergent corpora ad modum planetarum per cælos vagari. Sed hæc breviter annotata sint; de hoc argumento jam aliqua diximus attractionis doctrinam explicantes, atque rursus dicendi recurret locus in astronomia; de motu pendulorum jam pauca dicenda.

III. Pendulum vel *simplex* est vel *compositum*; pendulum simplex appellatur filum puncto aliquo suspensum, quod tanquam inflexibile & gravitatis expers consideratur, altera autem extremitate pondere onustum. Si filum plura habeat annexa pondera, pendulum compositum appellatur: penduli *oscillatio* aut *vibratio* appellatur motus alternus, quo virga penduli circa fixum suspensionis punctum itum & reditum absolvit; si autem pendula duo suas vibrationes eodem

tem-

tempore absolvant, pendula illa dicuntur *isochrona*. Si pendulum aliquod simplex CP (Fig. 14.) in linea verticali constituatur, in puncto infimo P quiescit, ideoque punctum illud vocatur *punctum quietis*. At si pendulum attollatur ad punctum A, & deinde sibi permittatur, motu accelerato relabetur in P; & quidem penduli motum consideremus in puncto aliquo N, atque ponderis gravitas absoluta repræsentetur per NG; hæc dividi poterit in vires NH, NI, quarum prima, cum tota dirigatur ad punctum suspensionis C, ipsius puncti resistentia omnino extinguitur; altera autem, quæ est secundum directionem tangentis, exprimit gravitatem relativam, atque vi illa corpus motu accelerato descendit ad punctum P, ubi vis NI omnino evanescit; in hoc tamen puncto quiescere non potest pendulum, sed per vim inertiæ, acquisitam servans velocitatem, ascendit versus B, ita ut æquales sint arcus AP, PB, descendendo & ascendendo descripti, atque etiam æqualia descensus & ascensus tempora. Verum dum corpus ex P versus K ascendit, perpetuo agit vis relativa gravitatis secundum directionem oppositam NI, ac proinde in puncto B extinguit omnes velocitatis gradus acquisitos; quare corpus propria gravitate relabitur, non secus ac ex puncto A primum descendit. Hæc autem omnia manifesta sunt ex articulo præcedenti & ex numero primo articuli hujus

IV. Tempora descensuum per curvas similes & ad horizontem similiter inclinatas esse in ratione subduplicata laterum homo-

lo-

logorum ex dictis facile etiam colligitur. Etenim latera minima HG, GF, FD (Fig. 15.), itemque hg, gf, fd, exhibeant infinitesimas curvarum partes similes & ad horizontem similiter inclinatas; jam tempus per HG est ad tempus per hg, ut $\sqrt{HG}$ ad $\sqrt{hg}$. Similiter tempus per GF est ad tempus per gf ut $\sqrt{GF}$ ad $\sqrt{gf}$; sed (per hypothesim) HG : hg = GF, gf; ergo $\sqrt{HG} : \sqrt{hg} = \sqrt{GF} : \sqrt{gf}$, ac proinde tempus per GF est ad tempus per gf ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$. Simili ratione tempus per FD est ad tempus per fd, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$. Ergo tempus totum per HG+GF+FD est ad tempus totum per hg+gf+fd ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$, hoc est, in ratione subduplicata laterum homologorum. Inde autem pendet universa pendulorum per circulares arcus excurrentium doctrina.... 1. Velocitas penduli CB in puncto infimo B est ut chorda BK (Fig. 16.), arcus KDB ex puncto K descripti. Etenim ducatur KF ad CB perpendicularis, erit velocitas penduli in descensu per arcum KDB acquisita æqualis velocitati, quam corpus acquireret cadendo ex altitudine FB, ac proinde ut $\sqrt{FB}$; sed (ex elementis geometriæ) BFI : BK = BK : BA, ideoque $BF \times BA = BK^2$; ergo cum sit BA constans, erit BF ut BK^2, ideoque $\sqrt{BF}$ est ut BK: quare velocitas acquisita in B quæ est ut $\sqrt{BF}$ erit etiam ut BK, nempe ut chorda; quæ quidem proprietas circuli eximiæ est utilitatis, præsertim ubi

ad experientiam revocandæ sunt conflictuum leges in proximo articulo demonstrandæ.... 2. Si pendula duo arcus similes describant, erunt vibrationum tempora in ratione subduplicata longitudinum pendulorum, ut ex præcedenti demonstratione patet, sed numerus vibrationum eo major est, dato tempore, quo minus est vibrationis unius tempus; seu quod idem est, numeri vibrationum sunt in ratione subduplicata inversa longitudinum pendulorum. Quare datis duorum pendulorum longitudinibus, datoque vibrationum numero tempore aliquo ab alterutro pendulo peractarum, invenietur numerus vibrationum eodem dato tempore ab altero pendulo confectarum dicendo: Longitudo penduli unius est ad longitudinem penduli alterius, ut quadratum numeri vibrationum dati ad quadratum numeri vibrationum quæsiti; & viceversa invenietur penduli longitudo talis, ut datum quemlibet vibrationum numerum dato tempore perficiat.... 3. Si pendula duo fuerint isochrona, erunt vires gravitatis acceleratrices ut pendulorum longitudines. Sunt enim vires constantes ut spatia iisdem temporibus descripta, spatia autem in hoc casu sunt similes pendulorum arcus, qui proinde sunt ut longitudines pendulorum; quare & vires gravitatis in eadem sunt longitudinum ratione; quod quidem maxime valet ad definiendum gravitatis incrementum vel decrementum in variis terræ locis, ut deinde explicabimus.

V. Hactenus consideravimus pendulum simplex quale nullum existere potest in re-

rum

rum natura; nulla enim eſt virga quæ gravitate omni careat, ac proinde pendula omnia ſunt compoſita. Rem breviter exponemus quantum difficultas patitur. Si bina pondera filo ſuſpenſa in diverſa a puncto ſuſpenſionis diſtantia ſuas oſcillationes peragant, virgaque ipſa concipiatur inflexibilis, ſine pondere & ſine vi inertiæ pondus quod puncto ſuſpenſionis propius eſt, ſuas oſcillationes citius abſolvere debet; contra autem tardius quod a puncto ſuſpenſionis remotius eſt, in ratione ſcilicet ſubduplicata diſtantiarum. Id quidem contingeret; ſi pondera oſcillationes ſuas ſeorſim peragerent; verum quia penduli virga omnino rigida & inflexibilis ponitur, ſuas oſcillationes eodem tempore pondera abſolvent, atque ita componentur inter ſe velociores & tardiores ponderum motus, ut medio quodam tempore ſuas vibrationes perficere debeant. Jam ſi inveniatur punctum aliquod in quo bina pondera collecta ſuas vibrationes eodem tempore perficerent: illud punctum dicitur *centrum oſcillationis*, ejuſque a puncto ſuſpenſionis diſtantia erit longitudo penduli ſimplicis pendulo compoſito iſochroni. Quod autem diximus de binis ponderibus, idem quoque intelligi poteſt de alio quolibet ponderum numero, ac proinde & de infinitis ponduſculis per virgam penduli diſperſis; in quo quidem caſu gravitatis fili ratio habetur. At ſi filum ſit ſubtiliſſimum ita ut illius pondus cum ipſo globi appenſi pondere comparatum ſit valde exiguum, & præterea ſi valde exigua ſit globi diameter cum fili longitudine comparata, jam pen-

dulum velut simplex considerari potest. Quia vero sublimior geometria exhibet generales formulas quarum ope invenitur centrum oscillationis, ideoque pendulum compositum ad simplex reducitur, satis nobis fuit penduli simplicis doctrinam explicasse; alia autem plurima quæ in hoc articulo brevius diximus, ex sequenti conclusione magis fient manifesta.

CONCLUSIO.

Gravitatis terrestris inæqualitatem demonstrant accuratissime instituta pendulorum experimenta.

Demonstratur. Si observetur longitudo penduli isochroni in duobus locis, erunt vires in iis locis ut pendulorum longitudines, ex antea demonstratis. Licebit ergo gravitatis incrementum perspicere, diligenter observata in variis terræ locis penduli isochroni longitudine. Quanta autem in capiendis hujusmodi experimentis adhiberi debeat diligentia, repetendum est ex monumentis Parisiensibus anno 1735: nihil enim accuratius ac religiosius tradi potest, quam quod ibidem hac in re præscripsit vir clarissimus De Mairan. Hæc autem præcipue curanda monet. 1. Accurata habenda est mensura pedis Parisiensis vel altera quælibet mensura cujus ad pedem Parisiensem nota sit ratio, ita ut decima, &, si fieri potest centesima lineæ parte non aberret... 2. Parari debet globus exacte rotundus, diametro circiter unius pollicis, ex materia be-

bene compacta .... 3. Adhibendum est filum flexibile nec ita complicatum ut oscillationes laterales mutet in conicas, quas quidem diligenter evitari multis de caussis expedit. Optimum omnium & jam fere ab omnibus adhiberi solitum est filum quod paratur ex foliis *aloes*. Fili autem pondus si fuerit millesima pars ponderis globi, in pendulo pedum 3, linearum 8 attollit centrum oscillationis una quartadecima parte lineæ unius; in aliis casibus, ea elevatio erit quam proxime ut longitudo fili directe & ut pondus globi inverse, quod demonstrat vir prælaudatus... 4. Summa utendum est diligentia in capienda distantia puncti suspensionis a centro globi, vel ab imo globi puncto; habita autem distantia puncti suspensionis a centro, si ei addantur $\frac{2}{5}$ tertiæ proportionalis post ipsam & globi semidiametrum, habebitur penduli longitudo; 5. Demum paratum sit oportet horologium accuratum, quod dirigatur per appulsum stellæ alicujus ad telescopium immotum, vel solis ad lineam meridianam; oscillationes autem maxima cura & sine ullo erroris periculo numerandæ sunt.

Tanta autem adhibita diligentia, quæ in re subtilissima, omnino quidem necessaria est, jam certo definitum habemus penduli isochroni mensuram breviorem fieri pergendo a polis ad æquatorem, contra vero longiorem ab æquatore ad polos. Ita ergo comperta est gravitatis inæqualitas in diversis terræ locis ut nemo sit qui de ea dubitet. Non defuerunt quidem doctissimi etiam vi-

ri qui observationibus per Europam institutis gravitatem ubique æqualem se invenisse profiterentur; verum quod minus feliciter successerit observatio summo consensu nunc tribuunt physici iis methodis, quæ tum in usu erant minus perfectæ & perpolitæ, ita ut exiguum gravitatis discrimen tam exiguis locorum intervallis debitum deprehendere nequaquam licuerit. Hinc observationes multo accuratiores & accuratioribus instrumentis institutæ sunt in plurimis & admodum dissitis terræ locis; omnium autem observationum fide certo constat gravitatis inæqualitas. Hic autem longius esset describere varias pendulorum longitudines quarum tabulas videre est in eximiis operibus, quæ de telluris figura paucis ab hinc annis in lucem prodiere.

Quamvis ad determinandam gravitatis inæqualitatem solius penduli isochroni mentionem fecerimus, evidens tamen est pari successu adhiberi posse pendulum non isochronum. Etenim ex doctrina motus uniformiter accelerati in præcedenti articulo explicata spatia crescunt ut quadrata temporum, eadem manente vi acceleratrice; si autem vires acceleratrices diversæ fuerint, seorsim tamen consideratæ uniformes maneant, quo major est vis acceleratrix eo majus est spatium dato tempore percursum, ac proinde spatia sunt ut quadrata temporum & vires acceleratrices conjunctim, ideoque vires acceleratrices sunt ut spatia descripta directe, & quadrata temporum inverse. Jam vero in casu pendulorum, spatia

ſpatia ſunt ut longitudines pendulorum; erunt ergo vires gravitatis ut longitudines pendulorum directe, & quadrata temporum oſcillationum inverſe. Igitur manente penduli longitudine, vires gravitatis ſunt ut quadrata temporum oſcillationum reciproce. Itaque patet ejuſdem penduli ope gravitatis comparationem in diverſis terræ locis inſtitui poſſe; tanta enim diligentia numerus oſcillationum dato tempore determinatur, ut ne dimidiæ quidem oſcillationis error committi poſſit. Hac methodo gravitatis inæqualitas primum detecta eſt a *Richero*, cujus obſervationes jam antea commemoravimus.

Ut tota hæc quæſtio maximi ſane momenti in bono lumine collocetur meminiſſe oportet duplicem conſiderari poſſe gravitatem; aliam nempe *primitivam* nulla vi centrifuga perturbatam, aliam autem vi centrifuga imminutam, quam gravitatem *actualem* appellare licet; totam rem breviter explicabimus, ut facere ſolent qui telluris circa axem rotationem admittunt. Sit AB diameter æquatoris, cujus P, p poli; ſitque DE (Fig. 17.) ſemidiameter paralleli cujuſvis. Quoniam in circulari motu vis centrifuga dirigitur ad partes circuli deſcripti centro oppoſitas, in æquatore A dirigetur ad partes oppoſitas centro terræ C per CA; in parallelo D ad partes oppoſitas centro paralleli E per ED. Jam vero gravitas ubique dirigitur ad centrum terræ C, ſaltem quoad ſenſum, nimirum in A per AC, in D per DC. Præterea directio CA eſt penitus contraria directioni AC; at patet ex

motuum compositione & resolutione, directionem vis centrifugæ per ED referendam esse ad directionem vis gravitatis per CD; nempe vim centrifugam in D exprimat recta DO, hæc resolvatur in ON ipsi CD normalem, & in DN secundum directionem ipsius CD. Hæc sola pars vis centrifugæ opponitur directioni gravitatis in D. Jam facile invenitur ratio vis centrifugæ in D secundum directionem DN, ad vim centrifugam in A. Etenim exprimat AI vim centrifugam in A, erit, ex demonstratis de vi centrifuga, AI ad DO ut AC vel DC ad DE. Præterea ob triangulorum DCE, ODN similitudinem, erit iterum CD ad DE ut DO ad DN, ideoque compositis rationibus CA^2 ad DE^2 ut AI ad DN. Ex hac demonstratione æstimari potest effectus vis centrifugæ in quolibet terræ loco; patet autem vis centrifugæ effectum talem esse ut gravitati primitivæ minus detrahat pergendo ab æquatore ad polos, & quidem duplici de causa; tum quia decrescit ipsa vis centrifuga, quæ in polo evadit nulla, tum quia ejus directio gravitatis directioni minus directe opponitur. Ex his etiam facile determinatur ratio vis centrifugæ ad gravitatem primitivam. Si fingamus corporis alicujus sub æquatore gravitatem omnem sublatam, jam posito rotationis motu corpus illud per telluris tangentem elaberetur, ideoque minuti unius secundi intervallo supra ipsum telluris globum attolleretur tota illa altitudine, quæ est inter tangentem & arcum minuti unius secundi tempore descriptum, quæ quidem lineola tangente & arcu

com-

comprehensa ex elementis geometriæ facile invenitur. Hæc exprimet vim centrifugam sub æquatore; addi autem debet spatio quod corpora sub æquatore minuti unius secundi tempore libere descendendo percurrunt, atque ita habebitur gravitas primitiva sub æquatore, quæ proinde conferri poterit cum vi centrifuga data, atque ita dicendum de aliis quibuslibet terræ locis: sed hæc paucis indicasse sufficiat, convenientius enim explicabuntur, ubi de figura telluris; in hac conclusione solam gravitatis variationem demonstrandam suscepimus.

Objicies. Doctrina pendulorum hactenus explicata omnem excludit medii resistentiam. At certissimum est pendula impedimentis plurimis obnoxia esse. Et quidem aeris resistentia maxime retardantur; in ipso suspensionis puncto mutuus fit attritus, atque hinc oritur aliud omnino inevitabile impedimentum. Itaque sic argumentari licet: Gravitatis variationem non demonstrant experimenta illa, quæ nulla sufficienti diligentia institui possunt, atqui &c. Ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego min. Aeris aut mutui attritus impedimento tribui non potest differentia quæ in pendulorum longitudine observata est. Et quidem iisdem impedimentis afficiuntur pendula tum sub æquatore, tum versus polos. Neque est quod dicant aliqua fortasse de causa majorem esse aeris resistentiam versus æquatorem, ac proinde & majorem penduli retardationem. Et certe in tam exigua velocitate, exigua omnino esse debet & fere nulla aeris resistentia, quæ si quid agit, ubique eodem

fere modo motum retardat & potius minus sub æquatore ob minorem aeris densitatem, majori scilicet calore vigente. Præterea etiam diligentissimi viri, qui pendulorum longitudinem observarunt, nullam prætermisere diligentiam ut penduli retardationem ex aeris resistentia oriundam cognoscerent, adhibitis quoque accuratissimis barometris quæ atmosphæræ variationem indicarent; sed tanta diligentia necessaria quidem fuit ut accurate & adamussim definiretur vera penduli longitudo, mediocris autem diligentia satis fuit ut variatio penduli innotesceret; tanta enim est ut observationibus etiam sine maxima subtilitate institutis sese conspicuam præbeat. Præterea omni caret verisimilitudine observationes omnes in eumdem errorem perpetuo conspirare, quod nempe penduli isochroni longitudinem per gradus minorem faciant pergendo a polis ad æquatorem. Porro in præsenti conclusione generatim duntaxat agimus de gravitatis inæqualitate; rem vero accuratius determinare pertinet ad geographiam ubi telluris figuram investigabimus.

Instabis 1. In pendulorum observationibus non apparet summus ille consensus, qui tamen ad fidem faciendam necessarius omnino est. Circumferuntur plurimæ observationum tabulæ quæ quidem a se invicem non parum discrepant. Imo Picardus per totam Galliam & *Uranoburgi* eamdem invenit penduli longitudinem; unde sic concludi potest: Gravitatis variationem non demonstrant observationes illæ quas erroris suspectas reddit earum dissensus, atqui &c. **Ergo &c.** **Resp.**

Resp. Distinguo maj. Erroris suspectæ sunt observationes, quoad veram & accuratam pendulorum longitudinem, transeat; quoad longitudinem penduli generatim consideratam, nego. Quare distincta min. nego consequentiam. Re quidem vera plurimos observationum Catalogos inter se minime conspirantes exhibuerunt doctissimi viri; sed quamvis ob rei difficultatem in eadem non consentiant penduli longitudine, in id tamen conspirant omnes, ut in præcedenti responsione observavimus, quod nempe pendulum ostendant brevius sub æquatore, longius versus polos. Quod autem *Coupletus* eamdem in universa Gallia invenerit penduli longitudinem referri debet nimis exiguæ locorum distantiæ atque etiam instrumentis minus accuratis, pro ea quam tales observationes postulant subtilitate. Dixi autem *transeat*: tanta enim diligentia his nuperrimis annis iterata fuerunt experimenta ut miranda omnino sit tanta consensio; tantillas enim habent differentias quas nulla diligentissimorum virorum industria vitare potest.

Instabis 2. Durissima quæque metalla vi caloris extendi, frigore autem contrahi certissimum est. Notissimum est physicis instrumentum quod *pyrometrum* dicitur; hæc est illius structura. Constat ex lamella metallica cujus extremitas una in denticulos desinit; hi autem denticuli axis perpendicularis cavitatibus seu canaliculis inseruntur; axis autem rotæ horizontalis dentes ingreditur. Subtus lamellam metallicam aptata sunt ellychnia, quæ admoto igne flammam

concipiunt. Rebus ita dispositis, lamella distenditur illiusque proinde denticuli axis cavitates per vices subeunt & eumdem axem convertunt; revolvi autem non potest axis, nisi moveatur quoque rota superior horizontalis huic contigua. Quare si centro rotæ aptatus fuerit indiculus qui circumferentiam in gradus graduumque partes divisam libere percurrat, ipsam lamellæ dilatationem ex graduum percursorum numero æstimare licebit. Tanta autem est dilatatio ut circumferentiam integram indiculus aliquando describere videatur. Si vero ad calorem extinguendum aqua lamellam perfundas, ad pristinum locum retrogrado motu redibit indiculus ideoque & lamella justum contractionis statum recuperabit. Eamdem dilatationem accuratissimis observationibus expertus est clarissimus *De Mairan*, soli, igni, & aquæ ebullienti expositis metallorum virgis. Igitur probabile est caloris vi sub Zona torrida crevisse longitudinem penduli quod idcirco lentius moveri debuit, idem vero pendulum Parisios translatum rursus contrahebatur; unde sic: Gravitatis inæqualitati referri non debent experimenta illa quæ in alternam pendulorum dilatationem & contractionem refundi possunt, atqui &c. Ergo &c.

Resp. Nego min. Observatam penduli variationem caloris vi tribuendam non esse indubitatum omnino est. Virga ferrea pedum sex æstivo soli meridiano diu exposita, experimentis diligenter institutis inventa est major per duas tertias partes lineæ, ideoque per decimam octavam partem pol-

licis

licis Parisiensis. Virga pedis unius ad ignem candefacta per dimidiam excrevit lineam. Primus calor ex Sole æstivo meridiano conceptus satis quidem vehemens in virga penduli pedum trium induceret unam tertiam lineæ partem; alter autem calor vehementissimus igne scilicet excitatus, lineæ unius cum dimidia variationem exhiberet. At pendulum quo utebantur diligentissimi viri multo minorem calorem debuit concipere, nec igni expositum, nec solaribus radiis; imo caloris effectus summa diligentia impediebatur, vel redacto conclavi in quo experimenta instituebantur ad calidioris loci temperiem, quod igne admoto & adhibito thermometro in Laponia præstitit dominus *De Maupertuis*, vel notando oscillationum discrimen singulis gradibus caloris debitum quod thermometri ope diligenter perfecit *Grahamus*; hac enim adhibita diligentia variatio calori debita a tota penduli inæqualitate tuto detrahebatur. His autem præsidiis exercitatissimi viri in plurimis locis plures observationes habuerunt. *Tornea* in Laponia inventa est longitudo penduli ad minuta secunda oscillantis pedum 3, linearum 9 $\frac{1}{100}$, Parisiis pedum 3, linearum 8 $\frac{67}{100}$, sub æquatore pedum 3, linearum 7 $\frac{21}{100}$: hanc autem tantam differentiam vi caloris tribuendam non esse ex hactenus dictis facile patet.

Instabis 3. Quamvis gravitatem minorem sub æquatore ostendant pendulorum observationes, inde tamen minime colligi potest gra-

gravitatis inæqualitas, ab æquatore ad polos certam servans legem: etenim fingamus gravitatem, qualem requirit Newtoniana hypothesis, in ratione reciproca duplicata distantiarum a singulis materiæ particulis, fingatur quoque terra sphærica homogenea; ac dematur sub æquatore B sphæra materiæ cujus radius BI (Fig. 18.) contineat milliaria quatuor; jam detrahetur in B pars circiter millesima gravitatis. Nam terræ semidiameter CB est milliariorum circiter 4000, & attractio in sphæram CB est ad attractionem in BI, ut BC ad BI, sive ut 1000 ad 1, quod antea demonstravimus; at in F nullum observari poterit decrementum gravitatis. Est enim attractio puncti F in sphæram IB ad attractionem puncti B in eamdem, ut BI^2 ad FI^2, sive proxime ut IB^2 ad $2BC^2$, sive ut 16 ad 32000000; nimirum decrementum gravitatis in F erit $\frac{1}{2000000}$ decrementi in B, & $\frac{1}{2000000000}$ gravitatis totius. Si jam sphæra BI transferatur in F, eodem argumento ibi crescet pars millesima gravitatis, nihil in B, eritque differentia inter B & F pars quingentesima gravitatis. Si dupla sphæræ diameter adhibita fuisset, prodiisset differentia dupla, nimirum pars ducentesima & quinquagesima quarta, qualis fere per observationes pendulorum invenitur; quamvis autem gratis omnino fingatur sub æquatore in B existere cavernam ingentem cujus diameter sit milliariorum octo, certum tamen est multo minus materiæ sub æquatore quam

sub

sub polis contineri; nam ob ingentem calorem perpetuum, corpora omnia rariora sunt versus æquatorem; at versus polos perpetuis nivibus & glacie rigent omnia. Præterea observationes pleræque in America factæ sunt in locis maritimis, immenso Oceano cinctis, cujus & magna est profunditas & ingens extensio; reliquæ in Europa observationes institutæ sunt in locis a mari remotioribus & supra maris superficiem ita elatis, ut illa major a centro distantia minus detrahat gravitati quam addat tanta materiæ quantitas late circumfusa. Ex his omnibus sic aliqui solent argumentari: Certum gravitatis incrementum vel decrementum non ostendunt inæqualitates illæ, quæ recensitis causis tribui possunt, atqui &c. Ergo &c.

Resp. transeat maj. Nego min. Ad majorem dico *transeat*, in præsenti enim quæstione sermo est duntaxat de gravitatis inæqualitate, non vero de hujus inæqualitatis lege & causa. At pro mero figmento certe haberi debent in locis quibusdam cavernæ, in locis aliis montes; ecquis enim facile crediderit per universam tellurem tali ordine montium cavernarumque seriem distributam fuisse, ut certis pendulorum legibus accurate respondeat? Et quidem observationes non tantum sub æquatore & prope polos, sed etiam in locis aliis plurimis & longius a montibus fuerunt institutæ. Tandem versus æquatorem eminent altissimi montes quorum ea fuit vis attractiva ut pendulum a perpendiculari directione septem secundorum intervallo dimovere potuerit, ut

ut antea observavimus. Verum juxta objectionis hypothesim tellus sub æquatore montibus eminere non debet, sed contra cavernis ingentibus hiare. Hic autem data iterum occasione, de montium attractione pauca revocabimus ex quibus intelligetur altioribus quoque montibus exiguam omnino vim tribuendam esse, illosque minimam continere materiæ quantitatem, si cum massa telluris conferantur. Ponamus montem tria milliaria altum qualis est circiter altitudo montis *Chimboraco*. Hunc montem exhibeat sphæra D in superficie telluris quam tangat recta CLD (Fig. 19.), erit gravitas in L in tellurem ad gravitatem in D in sphæram ut sphærarum radii (ex demonstratis); gravitas autem in L in tellurem ad gravitatem in D in eamdem in ratione reciproca duplicata distantiarum LC, DC a centro ejusdem, ac proinde si DH exprimat gravitatem in terram in D, erit $DC^2 : LC^2 = LC : DH$, & completo rectangulo ODHA, dirigetur gravitas per DA, ex motuum compositione. Jam vero in triangulo rectangulo DHA dicatur: ut DH est ad HA, ita radius ad tangentem anguli HDA; quia autem data est semidiameter telluris quæ minor est milliariis Parisiensibus 3940, ac proinde & ipsa DH, dabitur angulus HDA, qui invenitur 1. 18. Talis ergo esse deberet aberratio penduli prope montem *Chimboraco*, quæ tamen aberratio per observationem prodiit duntaxat 7". Hic afferre placuit demonstrationem antea omissam, principiis necessariis nondum constitutis. Hinc patet ingentes etiam montes

mi-

minimam habere densitatem pro ratione voluminis; quare certum est montes illos cavitatibus seu cavernis hiare. Illæ autem telluris inæqualitates, quæ tantæ nobis videntur, & minimæ tamen sunt cum tota telluris massa comparatæ, probabilissime referendæ sunt in vehementiores aliquas telluris concussiones, quarum effectum ultra superiores telluris partes propagatum non fuisse verisimillimum est. Itaque ex his omnibus colligitur ad explicandam gravitatis inæqualitatem sine ulla ratione fingi montes & hiatus certa lege per universam terram dispersos. Cæterum quamvis sæpe dixerimus gravitatis legem per observationes pendulorum hic a nobis non determinari, nemo tamen putet id contrarium esse constitutæ antea attractionis legi in ratione distantiarum duplicata decrescentis. Etenim hanc attractionis legem demonstravimus inter corpora cælestia magnis intervallis a se invicem remotissima, in quibus proinde diversam densitatem negligere licuit. Gravitatem terrestrem in eadem quoque ratione decrescere ostendimus, sed gravitatem consideravimus in eodem duntaxat telluris loco; nullam vero rationem habuimus illarum inæqualitatum, quæ ex varia telluris densitate aliisque causis originem habere possunt. Tandem inæqualitates illæ nihil repugnant demonstratæ attractionis legi, cum oriantur ex ipsa attractionis lege in ratione directa massarum & duplicata inversa distantiarum. Sed ut jam sæpe monuimus fusior explicatio ad alium locum pertinet, ubi de figura telluris.

In-

Instabis 4. Pendulorum observationes haberi non possunt nisi facta comparatione cum horologii motu. At horologia constant ex variis partibus, quæ singulæ impedimentis plurimis afficiuntur; humido vel arido cælo magis vel minus lubricæ fiunt rotæ, modo velociores, modo tardiores; hinc fit ut pendulum horologii in longiores vel breviores arcus excurrat, ac proinde idem non servetur singularum oscillationum tempus. Tandem vitium aliud quod in pendulo simplici jam notavimus, in horologiorum pendulis multo magis crescit ob partium multitudinem & varietatem, nempe pro varia cæli temperie mutantur varieque extenduntur & contrahuntur plurimæ horologiorum partes; hinc mutatur centri oscillationis situs. Ex his omnibus ita concludi potest: Incertis causis & sine ulla lege variis tribui potest diversa penduli longitudo, si incertus omnino sit horologiorum usus, quantum in re tam subtili desideratur, atqui &c. Ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego min. Re quidem vera horologiorum partes singulæ variis mutationibus sunt obnoxiæ; at comparatione diligenter instituta inter horologii solisque aut stellarum motum, innotescere facile potest an horologium errorem aliquem admittat. Præterea ad vitandam mutationem ex cæli temperie oriundam adhiberi debent artificia de quibus jam supra mentionem fecimus. His horologiorum incommodis plurima parata sunt remedia. Grahamus celeberrimus instrumentorum artifex utilissimum sane tantis malis remedium

dium excogitavit. In extrema penduli virga ſuſpendit tubum mercurio plenum ita ut tamen in tubo ſpatioli aliquid ſupereſſet, per quod mercurius ipſe caloris vi dilatatus cum virga intra tubum aſcenderet, deſcendente interim tubo ipſo, atque ita centrum oſcillationis ſuo loco maneret. Eſt & alia ejuſdem erroris corrigendi ratio : ſuſpenditur pondus diverſorum metallorum lamellis ita inter ſe connexis, ut dum altera lamella magis diſtenta ultra alteram itidem diſtentam pondusque deprimentem excurrit, ipſa pondus ſurſum attollat & priori altitudini reſtituat, imo etiam nonnihil majori, ita ut ipſius virgæ centri oſcillationis deſcenſus compenſetur, totiuſque penduli centrum oſcillationis ſuo perſtet loco.

Supereſt tandem ut de vibrationum inæqualitate aliquid adjungam. Re quidem vera horologiorum pendula in breviores longioreſque arcus variis de cauſis ſæpe excurrunt; verum arcus illos licet inæquales iiſdem quam proxime temporibus deſcribi demonſtrant geometræ, quod ut intelligatur brevis ſermo haberi debet de celeberrima quadam curva quam *Cycloidem* appellant. Cyclois eſt curva linea quam deſcribit punctum aliquod in circuli circumferentia pro lubito aſſumptum, intereadum circulus totus ſuper lineam rectam revolvitur. Hujus curvæ geneſis repræſentari ſolet per imaginem clavi in rotæ ſuperficie defixi; dum nempe rota per planum circumvolvitur clavus in aere cycloidem percurrit. De prima cycloidis inventione acerrime

rime certatum est circa ann. 1643 inter *Torricellium* & *Robervallium*, illo primam cyclodis considerationem tribuente in Italia *Gallilæo*; hoc autem in Gallia *Mersenno* nostro. Sed quidquid sit de illa concertatione, quæ in rixas apertasque inimicitias deinde exarsit, solam rei utilitatem, minime vero gloriam considerabimus. Plurimas inter & quidem elegantissimas cyclodis proprietates unam præ aliis afferemus quæ ad præsentem casum pertinet; si nempe cyclois ita invertatur ut crura sursum tendant, punctum autem infimum horizontem tangat, tum e quavis distantia demittatur grave per ipsam cycloidem, eodem omnino tempore per arcum utcunque magnum vel parvum descendet. Itaque patet hanc cycloidis proprietatem ad pendulorum usum transferri posse; si nempe efficiatur ut virga penduli in cycloide suas vibrationes absolvat; hac enim arte servatur temporis æqualitas, mutata utcunque arcuum descriptorum longitudine. Illud autem commodum sequenti artificio obtineri potest. Si curvæ cuilibet ex ejus parte convexa advolvatur filum; tum evolvatur itaut pars evoluta semper tensa maneat, punctum fili quodcunque curvam quamdam lineam delineabit motu illo per aerem. Curva quam filum complectitur dicitur *evoluta*; curva autem quam filum in aere describit, curva *evolutione genita* appellatur. Curva genita fere semper admodum diversa est ab evoluta; ut cæteris proprietatibus cycloidis hæc addenda est sane elegans; si nempe a summo vertice cyclois evolvatur, se ipsam generat sibi

pror-

prorsus æqualem, ita ut binæ semicycloides in situ erecto positæ, & e parte convexa in ima sui parte sibi conjunctæ integram cycloidem generent. Quamobrem si binæ lamellæ semicycloidales in ima parte connexæ invertantur deorsum, itaut ima pars evadat summa, & ex ipso lamellarum angulo appendatur filum quod semicycloidis perimetro æquale sit, pondus imo filo suspensum oscillationes suas in cycloide peraget, isochronas prorsus, sive in ampliores arcus excurrant, sive brevioribus arcubus se contineat, tempore semper æquali. Hanc cycloidis proprietatem ad horologiorum usum primus omnium traduxit *Hugenius*. In horologiis vel pondus appensum, vel lamina chalybea elastica per vim contorta, motum primæ rotæ imprimit a qua in totam machinam derivatur. Jam diu in usu erat id machinarum genus, sed *Hugenius* eidem machinæ pendulum adjecit ita ut cum illius oscillationibus celerioris rotæ motus connecteretur, dentesque singuli post singulas oscillationes procurrerent. Verum jam diximus a geometris demonstratum esse descensus per arcus circuli minimos etiam inæquales esse quamproxime isochronos. Quare cum minimi sint circulorum arcus a pendulis descripti tanta non est hac in re cycloidis utilitas. Præterea in pendulis simplicibus sola gravitate sollicitatis valere quidem potest cycloidis usus; sed minus felici successu horologiis aptatur. Et quidem ad penduli vibrationes præter gravitatem concurrunt quoque motrices horologii vires quæ penduli isochronismum turbare ma-

maxime possunt. Quare minimos circulorum arcus præferendos esse ipsa quoque experientia edocti sunt horologiorum artifices. Sed hæc pauca dicta sint quantum patitur nobis imposita doctrinæ facilitas.

ARTICULUS IV.

De Corporum conflictu.

1. TRia distingui debent corporum genera, *dura*, *mollia*, & *elastica*. Dura dicuntur quæ ad mutandam figuram nulla vi cogi possunt. Mollia quæ figuram ita mutant ut mutationi resistant, eam autem amissam recuperare non nitantur. Elastica tandem dicuntur ea quæ figuram amissam recuperare nituntur. Rursus autem corpora vel sunt perfecte elastica, si nempe restituantur eadem vi qua fuerunt compressa; vel imperfecte elastica si restituantur vi minori. Corporum perfecte elasticorum restitutionem ita exprimere solent physici. Dicunt nempe in corporibus perfecte elasticis, *vim restitutivam æqualem esse vi compressivæ*. Has definitiones exemplo illustrabimus. Globi duo elastici sibi mutuo occurrant; primum quidem in puncto sese contingunt, sed partes contingentes & sese mutuo prementes cedunt magis ac magis ad certos usque limites, ac proinde augetur per gradus contactus magnitudo, donec partes compressæ per eosdem gradus, sed velocitatis ordine inverso sese restituant & ad pristinum statum redeant. Jam ut inter corpora elastica & non elastica com-

comparatio instituatur, fingamus corpora dura A, B (Fig. 20.), longa elastrorum serie connexa esse; si A moveatur versus B id fieri non potest nisi comprimantur elastra, ac proinde corpus A agit in B per elastra interposita, atque magis ac magis hæc elastra comprimentur donec corpora duo æquales secundum eamdem directionem velocitates habeant; in hoc autem statu nulla vis aget in elastra, ac proinde vim elasticam exerent & laxari incipient, sed inverso velocitatis ordine. Itaque in corporum elasticorum conflictu considerandæ sunt actiones duæ. In prima scilicet actione, res se habet non secus ac si corpora essent omni elasticitate destituta; at cessante prima actione statim altera incipit, elastra nempe restituentur eadem vi qua fuerunt compressa, si perfecta sit elasticitas. Igitur in prima actione extinguitur velocitas qua corpora ad se invicem accedebant, seu, ut vocant, velocitas *respectiva*; in altera autem actione corpora a se invicem recedunt eadem velocitate respectiva, qua nempe ad se mutuo accedebant in prima actione. Unde patet motus quantitatem ab unoquoque corpore acquisitam vel amissam in prima actione æqualem esse quantitati motus acquisitæ vel amissæ in actione altera, ita ut quantitas motus per conflictum acquisita vel amissa in corporibus perfecte elasticis duplo major sit quam in corporibus perfecte duris. Quod spectat corpora imperfecte elastica idem est in prima actione effectus ac in corporibus perfecte elasticis; verum quia vis restitutiva minor est vi compres-

pressiva, minor quantitas motus in secunda actione acquiritur vel amittitur. At quia ex data corporum elasticitate, data etiam est ratio vis compressivæ ad vim restitutivam, seu ratio velocitatis respectivæ ante conflictum ad velocitatem respectivam post conflictum, evidens est quantitatem motus in prima actione acquisitam vel amissam in eadem ratione augendam esse post conflictum. Tandem quod spectat corpora mollia quorum partes cedunt, sed ad pristinam non redunt figuram, prima actio eadem est ac in corporibus perfecte elasticis vel perfecte duris; illorum velocitas respectiva per conflictum extinguitur & unius corporis instar progrediuntur, cum nulla sit vis restitutiva. Illud autem discrimen inter omnia corpora probe notandum est. Corpus molle tempore finito motum suum alteri communicaret, eo scilicet tempore quo cedunt corporis partes & ipsam corporis diametrum percurrunt, si corpus perfecte molle fingatur. At in corpore duro, cujus partes cedere non possunt, unico temporis puncto indivisibili communicatur motus. Tandem in corpore perfecte elastico, tempore finito motus producitur, cedunt nempe corporis partes, & crescente compressione, motu retardato ad se invicem accedunt, donec tandem continuo agat vis restitutiva qua fit ut partes motu accelerato ad pristinam properent figuram.

II. Omnes conflictuum leges hoc uno principio innituntur; in quavis scilicet binorum corporum collisione quantum motus lucratur corpus unum secundum datam directio-

ctionem, tantum quoque lucrari debet corpus alterum secundum directionem oppositam, quod quidem evidens est ex actionis & reactionis æqualitate. Porro duplex casus contingere potest; vel enim corpora tendunt ad easdem partes vel partes contrarias. Si primum, quidquid motus additur corpori fugienti id detrahitur corpori currenti, ac proinde eadem manet tota motuum quantitas post conflictum, quæ fuit ante conflictum. Si secundum, quidquid motus amittit corpus unum secundum propriam directionem, tantum quoque perit in corpore altero; illa enim corpora agunt in partes propriæ directioni oppositas. Igitur in hoc casu, eadem manet differentia motuum post conflictum quæ fuit ante conflictum. Duæ autem hujus principii partes ex duplici axiomate arithmetico facile patent, si nempe duæ fingantur quantitates ex quarum una tantum detrahitur, quantum additur alteri, eadem manet quantitatum summa: si vero ex duabus quantitatibus æquales hinc inde partes detrahantur, eadem manet quantitatum differentia. Jam vero antequam collisionum leges ex demonstrato principio colligamus, observandum est corporum conflictum vel *directum* esse vel *indirectum*. Directus quidem dicitur, si corporum sibi occurrentium directio sit in eadem linea recta; indirectus autem vel obliquus appellatur si corporum directiones angulum inter se contineant. De corporum conflictu directo, deinde de indircteo agemus.

III. Si corpora duo non elastica sibi invi-

cem occurrant ad easdem partes, vel ad partes contrarias, in utroque casu post conflictum instar unius corporis progredientur; sed in primo casu, velocitas communis post conflictum erit æqualis quantitati motus ante conflictum per summam massarum divisæ; in casu autem altero, æqualis fiet differentiæ quantitatum motus ante conflictum divisæ per summam massarum; si nempe corporum massæ dicantur M, m, velocitates ante conflictum V, v, velocitas communis post conflictum erit 1. $\frac{MV + mv}{M + m}$ 2. $\frac{MV - mv}{M + m}$;

Et quidem communem esse velocitatem post conflictum, seu corpora duo post conflictum instar unius corporis progredi evidens est. Cum enim corpora illa ponantur omni elasticitate destituta, nulla est ratio cur a se invicem resiliant vel separentur. Facile etiam patet in primo casu velocitatem communem æqualem esse quantitati motus ante conflictum per summam massarum divisæ. Etenim quantitas motus eadem manet ante & post conflictum; est autem quantitas motus productum ex massa in velocitatem, habebitur ergo velocitas, dividendo quantitatem motus ante conflictum per summam massarum. Simili ratione patet in casu altero velocitatem æqualem esse differentiæ quantitatum motus ante conflictum per summam massarum divisæ; cum enim eadem maneat motuum differentia ante & post conflictum, sitque quantitas motus ut factum ex massa in velocitatem, evidens est ad habendam velocitatem id efficiendum esse ut nem-

nempe differentia motuum a maſſis liberetur, quod fit dividendo per maſſas. Jam hujus ſecundi caſus aliquas conditiones expendamus. Si maſſæ & velocitates fuerint æquales, erit $mv = MV$, ideoque $MV - mv = o$, quare velocitas nulla eſt, & ambo corpora poſt conflictum quieſcunt... Si maſſæ fuerint æquales, quieſcat autem maſſa m, erit $\frac{MV - mv}{M + m} = \frac{MV}{2M} = \frac{V}{2}$; corpora nempe poſt conflictum dimidia velocitate progredientur .... Si maſſa M quieſcat, ſitque valde magna & fere immenſa reſpectu maſſæ m, erit $MV = o$, ideoque velocitas poſt conflictum fiet $\frac{Mv}{M + m}$, ac proinde phyſice nulla, ob maſſam valde magnam.

IV. Ex demonſtratis conflictuum legibus in corporibus omni elaſticitate deſtitutis, facile colliguntur conflictuum leges in corporibus elaſticis. Etenim ſi corpora omni elaſticitate careant, ex data velocitate communi poſt conflictum & ex data corporum maſſa invenitur quantitas motus in unoquoque corpore poſt conflictum, quæ ſi conferatur cum quantitate motus ante conflictum, habebitur quantitas motus per conflictum acquiſita vel amiſſa. Jam vero in corporibus perfecte elaſticis quantitas motus acquiſita vel amiſſa duplo major eſt; in corporibus autem imperfecte elaſticis mutatio motus augetur in ratione vis reſtitutivæ ad vim compreſſivam, ex demon-

stratis. Quare corpora elastica considerentur primum tanquam omni elasticitate destituta, atque inveniatur quantitas motus acquisita vel amissa; utraque duplo major fiat, si elasticitas fuerit perfecta; augeatur autem in ratione vis restitutivæ ad vim compressivam, si imperfecta fuerit elasticitas, atque ita conflictuum leges pro quacunque elasticitatis hypothesi determinare licebit. Has autem leges exemplis illustrabimus. Si corpora omni elasticitate destituta & æqualia ponantur illorumque unum quiescat, post conflictum dimidiata velocitate ad easdem partes velut unum corpus progredientur, ut patet ex demonstratis. Quare corpus quiescens dimidiam motus quantitatem acquirit quam amisit corpus incurrens. Jam si corpora sint perfecte elastica, duplo major fiat mutatio motus in unoquoque corpore; ergo corpus quiescens totam acquiret motus quantitatem, quam amittet corpus incurrens quod proinde quiescet.

Alterum consideremus casum, dum nempe corpora ad partes contrarias tendunt, & facilitatis causa ponamus corpora æqualia & eadem velocitate moveri. Si corpora non fuerint elastica, ambo post conflictum quiescunt ac proinde totam & æqualem motus quantitatem amittunt; verum corporibus perfecte elasticis duplo major est mutatio; quare corpora perfecte elastica non solum amittere debent totam motus quantitatem secundum propriam directionem, sed contrariam & *negativam*, ut ita dicam, motus quantitatem acquirere; quare corpora

ra ad partes contrarias a se invicem resilient æquali motus quantitate. Simili modo ad calculum revocari possunt aliæ quælibet motuum conditiones. Tandem si corpora fuerint imperfecte elastica, accuratissimis experimentis nota sit oportet ratio velocitatis respectivæ ante conflictum ad velocitatem respectivam post conflictum, atque in eadem ratione augeri debet mutatio motus. Observavit Newtonus in globis vitreis velocitatem respectivam ante conflictum esse ad velocitatem respectivam post conflictum ut 16 ad 15. Quare si in globis vitreis æstimari debeant conflictuum leges, hac proportione utendum est. Cæterum in præcedentibus demonstrationibus corpora omni elasticitate destituta & perfecte dura consideravimus, qualia fortasse nulla existunt in rerum natura. Verum hanc quæstionem ad alium articulum in physices progressu rejicimus; interim patet hanc hypothesim, falsam an veram, a nobis fingi potuisse ut in corporibus elasticis conflictuum leges eruere liceret.

V. Demonstratæ hactenus conflictuum leges pendulorum ope ad experientiam revocari solent. Globus A vibrationes suas perficiat in circulo EAF, itemque B in circulo æquali GBH (Fig. 21) moveatur, & arcum RA descendendo vel arcum ar ascendendo percurrat. Demonstravimus jam velocitates in puncto infimo A fore, ut sunt arcuum ascendendo vel descendendo descriptorum chordæ. Itaque effici facile potest ut corpora datis quibuslibet velocitatibus inter se congrediantur, atque ex

arcuum descriptorum chordis post conflictum, invenitur velocitas acquisita vel amissa; atque ita per experientiam probari possunt conflictuum regulæ. Verum in instituendis hujusmodi experimentis calculo subduci debet aeris resistentia, quæ rem maxime turbat; in causa enim est ut globus A descendens per arcum EA ex R, ascendendo per AF non percurrat arcum æqualem, nec iterum revertatur ad R, ut contigeret in vacuo, sed deveniat ad punctum aliquod V. Cæterum correctio adhibenda subtilissimis experimentis determinari debet.

De corporum conflictu directo hæc pauca demonstrasse satis sit, ex quibus omnes conflictuum casus facile derivari possunt. Cæterum quæstionem metaphysicam de motus communicati causa paucis verbis hic iterum revocabimus. Affirmat Malebranchius motuum communicationem cum principiis physicis aut cum aliqua corporum proprietate necessario conjunctam non esse, ita ut inter corporum duorum motum seu quietem nulla major sit connexio quam inter corporum figuram, colorem &c. Hinc concludit celeberrimus metaphysicus corporis incurrentis motum causam physicam non esse cur corpus per cursum moveatur, sed totam motuum communicationem divinæ voluntati illiusque immediatæ actioni referendam esse. Certum quidem est voluntatem Creatoris, omnium naturæ effectuum ac proinde & motus communicati primam & supremam esse causam; verum quod asserit Malebranchius inter mutuos corporum con-

conflictus nullam majorem esse conjunctionem quam inter illorum figuram & colorem, id quidem parum accurate dictum est. Et certe corporis alicujus figura & color ad corporis alterius figuram coloremque nihil omnino conferre possunt; at si corpus aliquod in aliud incurrat, necessum est aliquam status mutationem contingere vel in corpore alterutro, vel in utroque corpore. Etenim cum partes corporum ob illorum impenetrabilitatem ex eodem loco sese excludant, corpus aliquod incurrens motus directionem persequi non potest, nisi corpus percussum moveatur; quod si corpus incurrens post conflictum quiescat, jam idem corpus statum mutat, transiens scilicet ex motu ad quietem; quare oportet ut in corporibus aliqua fiat status mutatio. Res alio exemplo confirmatur. Si corpora duo æqualia, elasticitate destituta sese mutuo in partes directe oppositas æquali velocitate percutiant, ambo post conflictum quiescere ex illorum impenetrabilitate colligitur; ob eam rationem quiescere etiam debent corpora, si massæ fuerint in ratione reciproca velocitatum. Quæ cum ita sint, ex ipsis corporum proprietatibus fluere videntur conflictuum regulæ. Et re quidem ipsa ex vi inertiæ atque ex actionis & reactionis æqualitate pendent omnes quas tradidimus conflictuum leges. Itaque nos quidem latet qua vi aut virtute corpora motum inter se dividant; motus enim nihil in se reale est, sed tantum aliquis existendi modus, nec facilius intelligitur motus quam quietis communicatio; *virium actionum* nomina

adhibent plerique philosophi, sed obscuris vocabulis rem implicant, non explicant. Concludendum ergo est motuum communicationis principium metaphysicum ignotum nobis esse; ex corporum tamen proprietatibus pendere conflictuum leges, quas infinita sapientia ad fines in hujus mundi creatione propositos direxit & ordinavit omnipotens rerum omnium Auctor & Gubernator. Quamvis autem ex proprietatibus corporum pendere videantur percussionis regulæ, nemo tamen temerario inferat, leges illas omnino necessarias esse & ab omnipotentis Creatoris voluntate nequaquam pendere. Etenim Deus corpora omnia totumque Universum libere creavit & conservat, eadem pro arbitrio destruere, annihilare, ubi voluerit iterum creare potest, ac proinde corpora omnia omnesque naturæ leges infinitæ Dei omnipotentiæ subordinantur. Sed hæc conferantur cum iis quæ de miraculis diximus in metaphysica, atque etiam cum dicendis deinceps de essentialibus corporum proprietatibus.

VI. Ad conflictuum leges referuntur etiam quæ de corporum reflexione tractari solent. Sit MN (Fig. 22.) planum immobile in quod perpendiculariter incidat globus E omni elasticitate destitutus, is post conflictum totam velocitatem amittet, ut ex dictis evidens est, cum nec in plano nec in globo quidquam sit quod globum determinet ad regressum; & præterea corporis progressum ipsa plani immobilitas non permittit. Adveniat globus oblique per AC, & ducta AD perpendiculari ad MN, comple-

pletoque rectangulo ADCF, motus per AC compositus intelligatur ex motibus AD, AF, quorum alter AD vel FC elidetur a plano MN, manebit autem alter AF vel DC, ac proinde globus excurret versus N, & æquali tempore percurret GE = DC, quæ erit ad AC ut cosinus anguli ACD ad radium. At si globus fuerit perfecte elasticus, in primo casu delatus per FC regredietur itidem per CF eadem velocitate qua advenerat, ut patet ex demonstratis de elasticitate perfecta. Si autem adveniat per Ac, resoluto, ut ante, motu in motus duos AD, DC vel FC, CE, globus progredietur per diagonalem rectanguli FCEB, in quo cum latera CE, EB æquentur lateribus CD, DA, & anguli ad E, D sint recti, patet angulum ACD, qui dicitur angulus *incidentiæ*, æqualem esse angulo BCE qui angulus *reflexionis* appellatur. Si globus fuerit imperfecte elasticus & adveniat per FC, jam resiliet in F, ea scilicet velocitatis parte quæ per conflictum recuperatur, ita ut CF semper sit in data ratione vis restitutivæ ad vim compressivam. Tandem si globus oblique adveniat per AC, servata velocitate per CE & recuperata velocitatis parte per Cf vel Eb, resiliet per Cb, eritque angulus reflexionis ECb semper minor angulo incidentiæ ACD. Hæc omnia; quæ ex motuum compositione & resolutione facile colliguntur, vera sunt duntaxat si ponantur conditiones quædam, nempe si planum fuerit perfecte lævigatum, ita ut mutuus partium attritus nihil officiat. Præterea consideravimus corpora velut pun-

cta, aut etiam ea sphærica esse postulavimus; cum sphæræ in unico puncto sese tangant. Verum si diversas corporum figuras consideremus, res est sane ardua & sublimioris doctrinæ; at conflictuum leges exposuisse satis sit in corporibus sphæricis, ex quibus vulgares conflictuum & elasticitatis effectus licet intelligere. Tandem monendum superest nullam nos habuisse rationem exiguæ compressionis, quæ in ipso globorum conflictu contingit; compressio enim & reflexio fiunt per curvam quamdam, sed cum exiguus omnino sit tractus ille quo globi comprimuntur, hac de causa nihil turbantur collisionum regulæ quas quidem experientia confirmat.

VII. Ex his omnibus quæ in toto præsenti capite explicavimus nascitur quæstio de *viribus vivis* magna animorum contentione agitata ubique gentium. Leibnitius occasione arrepta ex corporum ascensu uniformiter retardato hanc controversiam primus invexit, quam deinde corporum elasticorum collisione aliisque plurimis argumentis tueri conati sunt magni quidem viri. Cum videret Leibnitius corpus dupla vel tripla velocitate projectum sursum ascendere ad altitudinem quadruplo vel noncuplo majorem, censuit distinguenda esse bina virium genera; illarum scilicet quæ etiam sine motu habentur, ut est vis gravitatis, vis elastica, quæ meram pressionem gignunt ubi oppositis viribus impeditur motus; has vires idcirco vires *mortuas* appellavit, quo nomine eas secernere voluit a viribus in corpore motum aliquem habente admittendis,

dis, quarum effectus sit ut velocitatis quadratum, easque idcirco vires *vivas*, nominavit. Eamdem virium distinctionem ex corporum elasticorum collisione confirmant Leibnitiani; cum enim in globis elasticis in se invicem utcunque incurrentibus, productum ex quadrato velocitatis in massam idem inveniatur post collisionem, quod erat ante; inde inferunt in corporibus esse aliquid quod respondeat massis ductis in quadrata velocitatum, quod illæsum remaneat & ab uno corpore in aliud transeat, vim scilicet vivam quæ perpetuo conservatur. Mirum sane quam multas hæc quæstio contentiones excitavit, aliis vires vivas æstimantibus ex massa & simplici velocitate, aliis ex massa & velocitatis quadrato. Pro quadrato velocitatis Leibnitiani omnes in Germania steterunt, pro simplici velocitate Cartesiani in Gallia, Newtoniani in Anglia, apud Italos divisa studia. Verum quamvis inter celeberrimos viros etiamnum hodie acrius ferveat philosophica lis illa, eam tamen in solo nomine positam esse mihi facile persuadeo. Et quidem in memoriam revocandum est quod sæpe sæpius monuimus, vis nomen ambiguum omnino esse, nullamque distinctam notionem habere nisi effectum aliquem intelligamus. Itaque vis nomine nihil aliud clare significari potest nisi illa proprietas qua fit ut corpora ad motum concitata, vel obstacula superent vel iis resistant. Quo major est superata obstaculi alicujus resistentia, eo major censetur vis, quo quidem vocabulo nulla entitas corpori inhærens intelligi debet, sed merum fa-

ctum seu effectus. His jam explicatis, corporum motibus opponi possunt tres obstaculorum species. Vel enim insuperabilia sunt obstacula ita ut omnem qualemcumque destruant motum; vel obstacula eam duntaxat præbent resistentiam quæ ad extinguendum corporis motum satis sit, illumque statim extinguit, ut fit in æquilibrio; vel tandem obstacula paulatim & per gradus motum destruunt, ut fit in motu retardato. Quia autem obstacula insuperabilia motum omnem sistere valent, ad corporum vires æstimandas nihil conferre possunt; itaque superest ut virium mensuram aut in æquilibrio aut in motu retardato investigemus. Quod æquilibrium spectat, motus quantitates æquales esse consentiunt omnes, ac proinde vires in hoc casu ex sola velocitate æstimandas esse fateantur necesse est. Neque etiam repugnat in motu retardato vires ex motus quantitate æstimari. Etenim si vis nomine intelligatur resistentiarum summa quam obstacula quælibet corporum motibus afferunt, jam nulla difficultas esse potest; & quidem evidens est quantitatem motus amissam tempore infinitesimo esse ut productum ex resistentia in tempus infinitesimum, ac proinde resistentia tota est ut productorum illorum summa, sive ut tota quantitas motus amissa. Porro virium notioni convenientissimum est vim corporum hoc modo æstimare; nullam enim obstaculi ideam habemus, nisi quatenus resistit, ac proinde resistentiarum summa sive quantitas motus amissa, quæ eidem resistentiæ proportionalis est, considerari potest tanquam obstaculum

lum

sum superatum, ac proinde vires vivæ hoc modo consideratæ ex producto massæ in velocitatem æstimari debent. At si nomine vis vivæ intelligatur alter effectus, puta numerus obstaculorum quæ superantur, jam alia prodit virium mensura. Etenim ponamus globum aliquem projici in elastrorum seriem velocitate duplo, triplo majori; in primo casu elastrorum compressorum numerus erit quadruplo major, in casu secundo erit major noncuplo & ita deinceps, quod facile patet; nam quo majus est spatium percursum, eo major est elastrorum quæ in spatio continentur numerus, ac proinde numerus elastrorum est ut spatium percursum, hoc est, ut quadratum velocitatis. Itaque patet totam quæstionem huc revocari, an vires vivæ æstimari debeant ex primo vel secundo effectu, nempe ex ipsa resistentiarum summa vel ex ipso obstaculorum numero. Præterea observandum est effectum aliquem majorem longiori tempore produci. Ita si diversis velocitatibus in exemplo præcedenti projiciantur globi contra plura elastra, globus qui dupla velocitate projicitur quatuor elastra comprimit, sed longiori tempore scilicet duplo, ac proinde mirum non est quod dupla velocitas tempore duplo effectum quadruplum producere debeat. Pari ratione corpus sursum projectum velocitate duplo majori ad quadruplam altitudinem ascendit, sed tempore duplo. Hæc ergo altera est quæstionis ambiguitas, an scilicet in virium effectibus æstimandis haberi debeat ratio temporis vel non; hæ autem considerationes ex physicorum arbitrio omnino

nino pendent. Hac facta distinctione, & accurate constituta virium definitione, jam omnibus quæ proponi solent argumentis statim parata est responsio. Neque immorandum est principio quod *virium virarum conservationem* appellant; nempe in globorum elasticorum conflictu productum ex quadrato velocitatis in massam invenitur idem ante & post collisionem. Principium illud ex sola elasticitatis natura atque ex actionis & reactionis æqualitate unice pendet. Et quidem si globi non fuerint perfecte elastici velocitatum quadrata ac proinde & vires vivæ non servantur. Hanc quæstionem *logomachia* laborare non solum demonstrant ratiocinationes jam explicatę, sed magis ac magis manifestum fiet, si rem ita consideremus; nempe corpus vel tendit duntaxat ad motum obstaculo aliquo impeditum, vel revera movetur velocitate uniformi, vel tandem illius motus obstaculo aliquo retardatur ac tandem omnino extinguitur; in his omnibus casibus diversus est effectus a corpore productus, corpori tamen nihil novi accedit, sed illius actio duntaxat varie applicatur. Itaque dum dicitur vim corporis in certis casibus esse ut velocitatem, in aliis ut quadratum velocitatis, nihil aliud significatur nisi effectum in quibusdam casibus esse ut velocitatem, in aliis autem ut quadratum velocitatis; atque etiam probe notanda est *effectus* significatio, quæ ut plurimum vaga est & definitione indiget. Et quidem in tribus enunciatis casibus effectus vocabulum diversam habet significationem; in primo casu solam tendentiam expri-

primit; in secundo spatium dato tempore descriptum & constans designat; in tertio tandem casu spatium usque ad motus totius extinctionem percursum denotat; in his autem casibus singulis nulla habetur ratio temporis quo actio consumitur. Accurate ergo notandum est corporis *tendentiam* ad motum, prout est diversimode applicata, varios producere effectus quorum alii sunt velocitati, alii autem velocitatis quadrato proportionales. Ex his patet quo sensu intelligi debeat vulgatissimum axioma: *Causa suis effectibus sunt proportionales*; obscure quidem enuntiatum est axioma illud, cum eadem causa diversos effectus producere valeat. Igitur ita restringi debet hæc propositio, ut nempe effectus causis suis proportionales sint, si causæ eodem modo agant; quod quidem probe observandum est: persæpe enim fit ut principium illud quod est omnino inutile vel saltem vago modo expressum, incautos philosophos in paralogismos adducat. Hæc satis dicta sint de celeberrima controversia, quæ licet superflua omnino & inter *logomachias* rejicienda videatur, præstantissimis utilissimisque operibus occasionem dedit.

APPENDIX.

De quibusdam capitis præcedentis utilitatibus.

I. DE corporum descendentium motu uniformiter accelerato in præcedenti capite sermonem habuimus. Ex demonstra-

strata accelerationis lege statim intelligitur quantus debeat esse corporis ex alto delapsi impetus, quem quidem maximum esse oportet in minimo etiam corpore, dummodo tamen maxima sit descensus altitudo. Hic igitur prætermittendum non est luculentissimum divinæ providentiæ argumentum; cum enim minimæ aquæ guttulæ, levissimique nivis flocculi aut grandinis globuli ex alto cælo delabantur, durissimas etiam cervices nostras tanta vi facile frangerent, nisi Deus optimus maximus opposita aeris resistentia, nostræ conservationi providere voluisset. Maximam fluidarum particularum percussionem vulgatissimo experimento exhibere solent physici. Tubus vitreus aliqua ex parte aquam continet, pars autem superior aere vacua est; tubus hoc modo comparatus manu agitatur ita ut aqua ad partem tubi superiorem ascendat & deinde in fundum recidat; aqua fundum percutiens minima licet quantitate & ex minima altitudine, lapidis ictum sonumque imitatur, atque tubus paulo vehementiori manu succussus in frusta dissilit, qui vix levissimum ictum excipit, si aerem contineat. Id autem, oblata occasione pro religioso institutionum nostrarum fine breviter observatum sit.

Quamvis autem tales nobis proponamus erudiendos auditores qui non armorum strepitum, sed religionis pacem amare debent, explicatæ tamen doctrinæ in arte *ballistica* sive *tormentaria* utilitatem exponere licebit. Sit AL altitudo ex qua grave descendens velocitatem acquireret projectionis veloci-

tati

tati æqualem; tempore quo grave descendit per AL (Fig. 23.), percurret motu uniformi spatium duplum ipsius AL, puta AI. Erit autem, ex antea demonstratis EQ ad AL, ut quadratum temporis per EQ, quod idem est ac tempus motus æquabilis per AE, ad quadratum temporis descensus per AL, quod idem est ac tempus motus æquabilis per AI, ideoque ut quadratum AE ad quadratum AI, sumptisque AL, AI, AV continue proportionalibus, hoc est, sumpta AV quadrupla ipsius AL, erit rectangulum ex AL, AV æquale quadrato ipsius AI, ac proinde ductis extremis & mediis habetur $EQ \times AL \times AV = AL \times AE^2$ sive $EQ \times AV = AE^2$, & $AV : AE = AE : EQ$, quare rursus patet gravia horizontaliter vel oblique projecta parabolam describere. Ex hac demonstratione tota pendet ars ballistica, atque ad facilem usum comparari poterunt tabulæ quarum ope data vi pulveris pyrii, datisque loci feriendi distantia & altitudine invenietur elevatio *Mortarii*, sive quod idem est, angulus quem directio globi tormentarii efficit cum horizonte.

Nihil hac in re brevius & elegantius legitur quam quod tradidit D. De Maupertuis in Mon. Paris. anno 1731. hoc fere modo; rem analytice exprimamus (Fig. 24.) Sit $AE = t$, $EQ = z$, $AL = a$, ideoque $AV = 4a$; erit $EQ \times AV = 4az$, & $AE^2 = t^2$, ac proinde habetur æquatio ad parabolam $t^2 = 4az$. Jam vero parabola AQ ad lineam horizontalem AB facile refertur. Linea *jactus* AE, ut vocant, sive directio mor-

mortarii cum horizonte AB datum efficit angulum cujus tangens dicatur n, fitque $AH = x$, $QH = y$; sumpto AH pro radio $= 1$, erit AH ad HE ut radius ad tangentem, ac proinde $HE = nx$. Igitur $EQ = EH - QH = nx - y$, & $AE^2 = AH^2 + HE^2$ hoc est, $tt = xx + nnxx$. Quare si in prima æquatione $tt = 4az$, loco tt & z, substituantur præcedentes valores, habebitur $nnxx + xx = 4nax\ 4ay$. Jam hujus formulæ usum consideremus. Data sit distantia horizontalis loci feriendi $AC = b$, ejus altitudo $CP = c$, in præcedenti æquatione erit $x = b$, $y = c$. Quare mutabitur in hanc $nnbb + bb = 4nab - 4ac$. Hinc per radicum extractionem & vulgares æquationum regulas facile invenitur directio mortarii

$$n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{4a^2 - 4ac - b^2},$$

ubi signum $\pm$ designat signum positivum vel negativum ac proinde patet duplicem esse posse mortarii directionem. Etenim sive adhibeatur signum $+$ sive $-$, restitutis quadratis, eadem redit æquatio. Si locus P sit in horizonte, jam evanescit PC, ideoque

$$n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{4aa - bb}.$$

Si locus P sit infra C, erit

$$n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{4aa - 4ac - bb}.$$

Si data sit directio mortarii, erit

$$a = \frac{nnbb + bb}{4nb - 4c};$$

quare invenietur velocitas *projectionis*, seu vis pulveris pyrii. Itaque

patet

patet ad usum ballisticæ artis faciles expeditasque tabulas imperitis etiam militibus parari posse ope hujus formulæ, quæ quidem ipsa sola continet quidquid in magnis voluminibus scriptum invenitur: atque eam ob causam prætermittere nolui hoc elegantissimum problema ex primis algebre principiis facile intelligendum. Cæterum in doctrina ballistica hactenus explicata nullam aeris resistentis habuimus rationem, quam expertissimi quidam viri considerandam esse affirmant, alii vero negant. Quare in hac inter peritissimos etiam viros opinionum varietate, nova experimenta diligentius iteranda esse censeo. Porro hoc quidem certissimum est resistentiam maxime minui, si globus missilis sub exiguo volumine maximum pondus contineat, ac proinde in hoc casu experimenta ad doctrinæ veritatem magis accedunt.

II. In hoc ipso capite pendulorum doctrinam explicavimus. Hæc autem est maxima pendulorum utilitas, ut accuratam exhibeant temporis mensuram. Horologia pendulis instruere primus omnium docuit Hugenius in opere immortali: *De horologio oscillatorio*; quod quidem præclarissimum inventum eximiam hujus capitis utilitatem satis demonstrat; pauca igitur de horologiorum structura & ex præcedentibus facile colligenda hic adjungam. Pendula horologiis ita communiter aptari solent. Rota quam vocant *occursus* horizontaliter volvitur, ac proinde *librator* supra rotam extenditur, ejusque *pinnæ* duæ quarum plana angulum rectum comprehendere solent, ita den-

denticulis inseruntur, ut pinna altera denticulo impellatur, dum opposita a suo denticulo se eximit; id autem facile obtinetur, si rota numerum imparem denticulorum habeat, & libratoris axis per centrum rotæ transeat. Facilitatis ergo consideremus horologium duabus tantum rotis instructum; prima seu inferior rota 120 denticulos habere ponatur eaque duas circulationes intra horam singatur absolvere; hæc ergo æquivalebit rotæ denticulorum 240. Secunda rota habeat rotulam denticulorum 5; dum quinque denticuli majoris rotæ transeunt, unam circulationem secunda rota absolvet. Jam per divisionem inveniendum est quoties quinarius numerus contineatur in 240, *quotiens* erit 48, quare intra horam, secunda rota circulationes 48 absolvet. Ponatur autem secundam rotam constare 35 denticulis, quorum quilibet duas vibrationes efficit, cum bis libratorem attingat; quare singulis circulationibus efficiet vibrationes 70. Jam multiplicetur numerus 70 per 48, habebuntur 3360 vibrationes simplices intra horam. Calculus perinde se habet, si eadem manente rota inferiori 120 denticulorum, mutentur rotula & secunda rota. Itaque prima rota sit denticulorum 120, quæ duas circulationes intra horam efficiat, ideoque æquivaleat rotæ denticulorum 240; rotula secunda sex habeat denticulos; dividatur numerus 240 per 6, quotiens erit 40; quare secunda rota quadragesies intra horam rotatur; habeat autem denticulos 45, & quia, ut jam dictum est, denticulus quilibet singulis circulationibus bis librato-

rem

rem attingit, duplicetur is numerus, fientque 90, quæ multiplicentur per 40, & habebuntur vibrationes ſimplices intra horam 3600, hoc eſt, vibratio quælibet ſimplex minutum ſecundum æquabit.

Simili ratione initur calculus pro alio quolibet rotarum numero. Inſtructum ponatur horologium rotis tribus quarum prima dentes 112 habeat, ſecunda rotula dentes 7, rota ſecunda 60; rotula ſeu axis tertiæ rotæ habeat denticulos 8, rota occurſus 15, hoc modo habebitur vibrationum numerus. Dividatur 112 numerus denticulorum primæ rotæ, quæ ſingulis horis ſemel circumvolvitur per 7, nempe axem ſecundæ rotæ, invenietur rotam ſecundam intra horam decies ſexies circumvolvi; habet autem hæc rota denticulos 60; quare multiplicentur 16 per 60, invenientur 960; ideoque intra horam 960 denticuli rotæ ſecundæ tranſeunt, qui numerus dividendus eſt per 8, axem tertiæ rotæ, quæ proinde 120 circumvolutiones abſolvet. Habet autem hæc rota 15 denticulos, qui vibrationes ſimplices 30 perficiunt; quare multiplicentur 30 per 120, invenientur vibrationes ſimplices 3600, quarum una minuto uni ſecundo æquivalebit.

Ex his omnibus intelligitur praxis horologiorum artificibus vulgatiſſima; quærunt ſcilicet numeros, qui exprimunt quoties numerus dentium rotæ alicujus denticulos rotæ alterius contineat; illos autem numeros *exponentes* vocant. Itaque ex demonſtrata pendulorum doctrina determinari debet numerus vibrationum penduli dati, quo tempore

re

re rota aliqua circulationem unam absolvit; quod quidem facile habetur, cum sit numerus vibrationum dato tempore peractarum in ratione subduplicata inversa longitudinis penduli. Numerus vibrationum inventus dividatur per 2, quotiens erit productum ex omnibus exponentibus; sive quod idem est, duplum productum ex singulis exponentibus æquatur numero vibrationum penduli, durante una rotæ inferioris revolutione, ut ex dictis evidens est. Itaque si construendum proponatur pendulum aliquod rotis instruendum, primo notum esse oportet numerum vibrationum penduli, quo tempore rota una suam circulationem perficit; tempus illud ponatur unius horæ, pendulumque ad minuta secunda suas oscillationes componat, ita ut singulæ vibrationes sint minuti unius secundi seu pars $\frac{1}{3600}$ unius horæ. Itaque interea dum rota semel circumvolvitur, pendulum absolvet vibrationes 3600, qui numerus erit duplum productum ex singulis exponentibus. Quare si exponentes dicantur r, s, t, erit 3600 = 2rst, ac proinde 1800 = rst. Quia vero exponentes r, s, t sunt quantitates indeterminatæ, patet id effici posse, ut nempe rota occursus eundem circulationum numerum dato tempore conficiat, mutatis rotarum axiumque dentibus, dummodo productum ex singulis exponentibus idem maneat. E. G. Ponamus horologium pluribus instructum rotis quarum una denticulos habeat 48, dentibus 8 donata sit rotula, cujus axi affixa sit rota dentibus 40 instructa, habeatque rotula dentes 6, & illius

lius axi inferatur rota dentium 36, quę cum rotula dentium 6 connectatur; cum hac rotula jungitur tympanum vel rota occursus, numerus circulationum rotæ occursus, intereadum prima rota circulationem unam absolvit, erit $\frac{48}{8} \times \frac{40}{6} \times \frac{36}{6} = 240$. Si autem alii adhibeantur numeri $\frac{64}{10} \times \frac{50}{8} \times \frac{36}{6} = 240$. alia prodit rotarum series priori æquivalens. Ex his paucis derivari possunt plurima ad praxim utilissima. Cæterum unusquique facile intelligit explicatam rotarum combinationem non solum valere in majoribus horologiis pondere appenso sollicitatis, sed etiam in horologiis portatilibus, quæ elastro aliquo moderantur. Hæc autem omnia subjecto auditorum oculis horologio exponi debent.

CAPUT II.

De extensione & reliquis inde pendentibus corporum proprietatibus.

SUB duplici ratione considerari potest extensio, vel quatenus est *sensibilis*, seu *physica*; vel quatenus est notio *abstracta* seu *metaphysica*. Extensio primo modo considerata, est effectus certa corporum actione in organis corporeis productus, quo fit ut corporum superficies tactu percursæ, plures a se invicem diversas partes seu varias partium distantias nobis repræsentent. Extensio considerata quatenus est notio *abstracta*, est ipsa notio materiæ a qualitatibus sensibi-

fibilibus, & quibuscumque limitibus per mentem separatæ. Hæc altera extensionis species ad metaphysicam proprie pertinet & spatii *imaginarii* nomine generatim venire solet. Si autem spatium undequaque expansum certis corporum distantiis atque intervallis restringamus & limitemus, spatium illud determinatum dicitur *vacuum*. Itaque duplex extensio rursus intelligi potest, *penetrabilis* & *impenetrabilis*. Extensio penetrabilis, seu vacuum, illa est quæ corpora admittit; impenetrabilis autem vel *soliditas*, quæ corpora excludit. Evidens autem est *figuram* nihil aliud esse quam diversam partium extensionem diversumque ordinem, ac proinde ad idem caput referri potest corporum *figurabilitas*. Quare totum caput istud in quatuor articulos dividemus. 1. Erit de extensione penetrabili. 2. De impenetrabili. 3. De corporum figurabilitate disseremus. 4. Tandem explicatis octo universalibus corporum proprietatibus, de corporis natura ultimum articulum adjungemus.

ARTICULUS I.

De extensione penetrabili.

I. Certissimum est, nullam extensionis etiam penetrabilis notionem sine corporum interventu, sine tactu & motu nos acquirere. Etenim fingamus hominem sensuum omnium facultatibus præditum, qui tactus organum in unicam duntaxat materiæ portionem sine ullo motu exercuerit, exten-

tensionis notione careret talis homo, eamque acquirere inciperet, ubi primum moveretur. Et re quidem ipsa, corporis alicujus extensionem non cognoscimus, nisi tactus organo ipsam corporis superficiem continue & successive percurramus. Neque satis est ipsam corporis superficiem moveri, interim quiescente organo, ipsum quoque organum moveri necessum est. Etenim per motum extra propriam existentiam, ut ita dicam, erumpimus, objecta externa agnoscimus, illorum dimensiones, distantias novimus. Ad extensionis notionem ita necessario pertinet motus, ut existente etiam unica atomo, extensionis notionem possemus acquirere, si tactus organum moveretur, & successive ab illa atomo in diversis punctis afficeretur; etenim organi motus & *impressionis successivæ* continuitas ipsam atomum veluti multiplicant atque extendunt.

Re quidem vera extensionis sensatio per visus organum nobis etiam advenit; oculus amplissimum spatium ad quod tactus non pervenit, longe lateque amplectitur, instrumentorum ope maximas etiam objectorum distantias metitur. Verum id fieri non potest, nisi oculus tactu fuerit edoctus; quod quidem demonstrat exemplum cæci nati, qui ablata cataracta, oculorum usum acquisivit. Hanc historiam narravimus & explicavimus in Metaphysica, ubi de extensionis & spatii notione plura tradidimus. Id ergo compertum est, sine tactus exercitio, nullum de objectorum dimensionibus, formis, distantiis, extensione fieri posse judicium. Neque extensionis ideam formare

quis posset, etiamsi objectorum imagines in fundo oculi delineatas moveri fingamus; hi enim apparentes motus, simplici *successionis* notioni originem præberent, non secus ac faceret tonorum vel odorum series quæ successive auditus vel olfactus organa afficeret; sed nulla motus realis ac proinde & extensionis notio nasci posset. At tactus organum in ipsam materiam immediate agit, dimensiones formasque corporum sentit, & quandam experitur resistentiam quam ad aliquid extra nos existens referre cogimur.

II. Quamvis extensionis notio ex ipsa corporum existentia ducat originem, immerito tamen inde colligeretur nullam esse extensionem corpore vacuam seu penetrabilem. Hac de re magno animorum æstu in scholis disputatur. Vacui existentiam negabant Peripatetici, possibilitatem negant Cartesiani. Ab utraque tamen Philosophorum secta longe differunt Leibnitiani, qui nullam *realem* extensionem admittunt, sed extensionem quamlibet velut merum *phænomenum* rerumque coexistentium ordinem arbitrantur. Hanc opinionem, quam in Metaphysica jam explicavimus, variis in locis opportune revocabimus. Porro licet sensuum testimonio circa hanc quęstionem nihil omnino definiri possit, vacuum tamen existere ostendunt rationes validissimæ. Ad præsentem articulum pertinent conclusiones duæ.

CON-

CONCLUSIO I.

Validissimis rationibus probatur vacuum.

I. Fingamus nullum existere vacuum; corpora omnia sunt æqualiter plena, seu eandem materiæ quantitatem continent sub eodem volumine, quod quidem fateri coguntur qui vacum negant. Demonstravimus autem pondera quantitatibus materiæ proportionalia esse; igitur sub eodem volumine idem pondus habent corpora singula quæ proinde forent ejusdem gravitatis specificæ; sed absurdum est aurum levissimamque plumam ejusdem dici gravitatis specificæ; diversissimas corporum gravitates specificas, ideoque & vacuum demonstrant experimenta.

II. In physica notissimum est jam antea a nobis descriptum experimentum, quo nempe corpus quodlibet in vacuo Boyliano æqualibus temporibus æqualia spatia percurrit, sive idem corpus in amplissimum volumen extendatur, sive in angustissimum redigatur. Illud vero experimentum demonstrat non solum aerem hauriri, sed etiam illius loco nullum aliud fluidum succedere. Etenim quodcumque sit fluidum illud, quo major est corporis superficies, eo plures fluidi particulæ corpori descendenti resistunt, ac proinde corpus, mutata utcumque superficie, eadem non descenderet velocitate; imo corpora sibi libere relicta per aerem non descenderent; aer enim foret ejusdem gravitatis specificæ cum corpore immerso, quod proinde aeri innataret. Hujus argu-

menti vis tota intelligetur, explicata deinde fluidorum doctrina; interim vero experimentis compertum habeatur, idem corpus majori vel minori volumine donatum per idem fluidum eadem velocitate non descendere, imo quiescere, si eandem cum fluido habeat gravitatem specificam.

III. Demonstravit Newtonus motum globi intra fluidum æque densum delati, ob ipsam fluidi resistentiam totum amitti eo tempore, quo globus percurreret $\frac{8}{3}$ diametri suæ partes. Hæc quidem demonstratio ad difficiliorem fluidorum doctrinam pertinet; interim tamen evidens est & experientia compertum, fluida densissima corporum motibus maxime resistere. At si nullum admittatur vacuum, jam fluida omnia talem habent densitatem qua nulla major esse possit. Itaque a multis retro sæculis perturbatus atque extinctus omnino fuisset globorum cælestium motus, qui tamen certa perpetuaque periodo absolvitur. Alia quidem plurima afferri solent argumenta, sed hæc pauca omnium validissima seligere satis sit, ex quibus tandem sic concludere licet. Admittendum est vacuum quod experimenta phœnomenaque cælestia demonstrant, atqui &c. Ergo.

Objic. Admittere non repugnat fluidum aliquod subtilissimum quod corporum omnium poros libere permeet, quod proinde in *campanam pneumaticam*, extracto aere, succedat, nullumque vacuum permittat. Neque etiam repugnat fluidum illud esse omnis gra-

gravitatis expers. Etenim quid prohibet fluidum aliquod concipi sine conatu vel *tendentia* ad centrum terræ? Hanc vim in subtilissimis flammæ lucisque particulis minime observamus; hinc Cartesiani ita argumentantur: Ad demonstrandum vacuum diversam corporum gravitatem specificam maxime jactant qui vacuum admittunt, atqui in prædicta hypothesi, ratio illa evanescit omnino, ergo &c.... Resp. C. Maj. D. Min. Si talis hypothesis fictitia omnino est & philosophandi regulis contraria C. Si hypothesis illa philosophica est & philosophandi regulis consentanea N. Quare N. Cons. Commentitium illud fluidum e cultiori physica proscribendum esse jam demonstravimus, ubi sermo fuit de vorticibus Cartesianis. Et requidem ipsa hujus argumenti pondus gravissimum ita senserunt recentiores Cartesianæ hypotheseos reformatores, ut vacuum admittere non dubitaverint. Quod spectat flammæ lucisque materiam, tantilla est illarum gravitas, ut nullo experimento conspicua esse possit omnemque physicorum diligentiam longe fugiat. Hæc autem levitas, quæ *relativa* est duntaxat, nostræ conclusionis veritatem apprime confirmat; inde enim evincitur lucis particulas nihil fere materiæ continere, ac proinde & vacuum existere. Id rursus facili ratiocinatione intelligere licebit. Tanta est radiorum solarium velocitas ut totum illud vastissimum spatium, quod Solem inter nostrumque globum expanditur, brevissimo septem vel octo minutorum intervallo percurrat; quod quidem demonstrant suo deinde loco referendæ ob-

servationes astronomicæ. Jam vero fingamus minimam materiæ portionem quæ sub experimentis cadere possit in delicatulum visionis organum tanta & fere immensa velocitate incurrere, unico ictu solverentur omnino delicatissimæ oculorum partes & in pulverem redigerentur; recordandum enim est vires corporum esse ut productum ex quantitate materiæ in velocitatem, aut in quadratum velocitatis. Quare cum ex perpetuo radiorum solarium fluxu offensionem nullam patiantur oculi, hinc patet exiguam omnino esse & fere nullam in radiis solaribus materiæ quantitatem. Id vero magis ac magis manifestum fiet, comparatione instituta cum minimis globulis vi pulveris pyrii explosis, quorum tanta vis est ut non solum homines, sed urbium quoque muros disjicere & solo æquare valeant. Tandem fatendum est nulla severa demonstratione ostendi posse talis fluidi impossibilitatem, cum ignota nobis sit intima corporum natura; verum in hisce institutionibus corporis *physici & sensibilis* duntaxat proprietates consideramus, illasque ad humanæ societatis utilitatem transferre conamur. Quare etiamsi tale fluidum liberalius concedamus, quod tamen philosophandi legibus repugnat, nobis perinde est ac si nullatenus existeret; ideoque de hoc inutilissimo fluido nihil curare debent Physici, qui *multa scirent utilia, si non discerent superflua*.

Instabis 1. Ad explicandam motuum cælestium perpetuitatem atque constantiam, radiorum solarium exemplo iterum utuntur Cartesiani. Et quidem solares radii sine ul-

lo

lo impedimento; sine perturbatione ulla sese mutuo decussant & secundum quamlibet directionem intersecant. Fingamus ergo planetas in simili fluido deferri, jam nullam resistentiam patientur; ponamus nempe fluidi cælestis particulas omni tenacitate & inertia esse destitutas, nullum errorem experientur cælestes motus, ideoque evanescit alterum vacui argumentum; unde sic argumentantur: Non repugnat hypothesis illa quæ radiorum solarium exemplo confirmatur, atqui &c. Ergo.... Resp. N. Min. Ad illam objectionem eadem fere est quæ ad præcedentem responsio. Etenim quod solares radii sine ulla perturbatione sese mutuo trajiciant, id repetendum est ex illorum incredibili fere subtilitate & materiæ quantitate fere infinite parva. Hæc ergo summa radiorum mobilitas & directionis cujuscumque facilitas ipsum vacuum demonstrant. In hac objectione fingitur fluidum omni inertia & partium tenacitate destitutum; quod quidem fingere non minus absurdum est & philosophandi regulis contrarium quam corpus aliquod gravitate spoliare.

Instabis 2. Non repugnat extensionem merum esse phœnomenum, nullamque extensionem revera existere. Leibnitianam hac de re hypothesim in Metaphysica jam explicavimus; si nempe res plures tales sint ut diversas in organis sensoriis impressiones, diversasque in nobis excitent ideas, jam res illas consideramus tanquam plures, ideoque extra se invicem existentes. Ex illa diversitatis notione per sensus & maxime per organum tactus acquisita nascitur

 notio

notio extensionis. Pari modo quod corpus determinatam repræsentet figuram, magnitudinem, motum, id fit non quod res ita se habeat: sed nihil aliud significatur nisi corpus tale esse ut illas in nobis excitet ideas quas experimur; unde sic argumentari licet: Nullum existit vacuum, si extensio merum sit phœnomenum, atqui hæc hypothesis non repugnat, cum nos lateat intima rerum natura: Ergo &c.... Resp. D. Maj. Si extensio *sensibilis* merum sit phœnomenum, hoc est, si mere *idealis* sit nihilque *realitatis* extra mentem habeat, C. Maj. Si extensio merum sit phœnomenum, hoc est, si nihil *substantialitatis* habeat, non sit tamen merum nihil, N. Maj. D. Min. N. C. Brevius explicari debet hæc objectio quæ deinde in meliori lumine collocabitur, ubi sermo erit de corporis natura. Cartesiani dividunt corporum proprietates in *absolutas* seu *primitivas*, & *relativas* seu *secundarias*. Proprietates absolutas dicunt illas quæ ad tactum pertinent, extensionem imprimis & soliditatem; reliquas vero, quales sunt odores, colores, sapores, soni &c. relativas appellant. Arbitrantur nimirum proprietates absolutas eo modo in corporibus existere quo nobis repræsentantur. At proprietates relativas tales esse affirmant ut certam ad nostras ideas habeant relationem, vi cujus tales ideas constanti lege in nobis excitant, ita ut tamen res longe aliter se habeat ac nobis apparet. Verum alii subtiliores Metaphysici omnes omnino corporum proprietates æque relativas esse existimant, ignotam prorsus nobis esse intimam

cor-

corporis naturam asserunt, nullamque proinde afferri posse accuratam definitionem, sed a nostro duntaxat cognoscendi modo desumptam. Quod ut intelligatur, diligenter notandum est ideas nostras proprietatibus illis similes omnino esse non posse, ut externæ hominis figuræ pictura est similis; nam horum utrumque & substantiale est & æque materiale: at idea ad mentem pertinet, nihilque substantiale aut materiale habet, quale est ideæ objectum; quare hoc similitudinis genus ne in ideis quidem pertactus organum excitatis haberi potest. Deinde notandum est talem in omnibus ideis ad objecta ipsa haberi relationem, ut ab iisdem objectis eodem modo applicatis eædem in nostra mente excitentur ideæ; quod quidem in nostris institutionibus metaphysicis fuse explicavimus. Itaque philosophi illi nullum inter sensibiles corporum qualitates statuunt discrimen, easque considerant tantum velut actionem, quam corpora certis legibus in sensuum nostrorum organa exercent, ex qua sensatione certa idea in mente excitatur. Sed quidquid sit de variis illis philosophorum placitis ad examen deinde revocandis, interim evidens est hanc objectionem nostræ conclusioni minime contrariam esse, si probe recordemur cultioris physices scopum; consideramus nempe sensibiles corporum qualitates quatenus sunt effectus ad nos & humanæ societatis utilitatem referendi. Porro manifestum est in hoc sensu negari non posse extensionem, *sensibilem* scilicet, quidquid sit de extensionis natura; sed *nostrum non est tantas componere*

lites. At observandum est, cum *idealistis* confundi non debere philosophos qui extensionem velut phœnomenum habent. Et quidem idealistæ corpora existere negabant, nostrasque omnes sensationes perpetuum errorem esse somniabant. Ab hac autem insania, quam in Metaphysica confutavimus, longe absunt prædicti philosophi qui corpora existere admittunt & ex ipsa partium coexistentia extensionis notionem oriri affirmant. Eodem nimirum sensu extensionem phœnomenum appellant quo color phœnomenum dici solet. In hac hypothesi evanescere & submoveri omnino videtur tota de *vacuo* & *pleno* controversia. Cum enim ex spatii & extensionis notione hæc quæstio originem habeat, tota huc revocatur, an scilicet extensio & spatium sint realitates quæ aliquid substantialitatis habeant, an vero in simplici partium coexistentium ordine consistant. Si quæstio ita explicetur, jam tota cadit; cum plenum & vacuum mera sint phœnomena. Itaque investigari non debet utrum existat plenum aut vacuum, sed potius instituenda est quæstio an per phœnomenum vacui aut per phœnomenum pleni naturam nobis possimus repræsentare. Imo cum hic agatur de natura, non prout est in se, sed quatenus nobis apparet, non repugnat vacui & pleni phœnomena simul existere, si non in eodem casu, saltem in casibus diversis. Et re quidem ipsa, pari jure nobis repræsentare licet extensionem ex partibus *similaribus* & sine ulla vi compositam, vel constantem ex partibus dissimilaribus & vi aliqua præditam. In primo

casu

casu Leibnitiani vacui, in altero autem pleni notionem formamus. Hæc autem explicatio conferri debet cum iis quæ de spatio & extensione diximus in metaphysica. Cæterum hæc omnia quæ incautis nulliusque attentionis hominibus frivola videri possent, utilissima tamen esse atque gravissima in appendice demonstrabimus.

Instabis 3. Si vacuum existere fingamus, jam nulla est ratio cur corpora hunc vel illum locum occupent; cum enim similares sint atque uniformes singulæ spatii partes, sine ulla ratione sufficiente ad orientem vel occidentem locata fuissent corpora, atque hinc in hypothesi vacui, creationis impossibilitatem arguunt Leibnitiani, cum Deus sine ratione nil facere possit; unde sic argumentantur: Admittenda non est opinio illa, quæ receptissimo rationis sufficientis principio repugnat, atqui &c. Ergo....

Resp. N. Maj. In effectibus materialibus admittendum quidem esse rationis sufficientis principium ostendimus in metaphysica; at in effectibus liberis locum habere non posse ibidem demonstravimus. Porro creatio Mundi pendet ab omnipotenti Dei voluntate, quæ est suprema & ultima rerum creatarum ratio. Itaque principium illud in effectibus liberis etiam humanis rejiciendum omnino est; imo in effectibus etiam materialibus parce admodum adhiberi debet; neque tantam quam Leibnitiani prædicant utilitatem habere potest; cum enim nos ut plurimum lateat rerum sufficiens ratio, firmissima non sunt argumenta quæ ex ratione sufficiente desumi solent. Principium

istud adversus nostram conclusionem minime valere certissimum est; dum enim vacuum admittimus, de spatii natura nobis prorsus ignota nihil pronuntiare audemus, atque satis nobis est rejicere *plenum Cartesianum*; neque aliquid affirmare volumus de obscurissima controversia, an plenum & vacuum pro phœnomenis haberi debeant, ut explicavimus in præcedenti responsione. Igitur probe observandum est discrimen inter hypothesim Cartesianam & Leibnitianam; hæc ultima tum plenum, tum vacuum ut mera phœnomena judicat, neque hæc opinio iisdem laborat difficultatibus, quibus obnoxia est Cartesiana hypothesis. Ita adversus plenum Cartesianum objici solet motus impossibilitas, cujus quidem objectionis non tanta est vis quanta in vulgaribus physicorum libris jactatur; at in Leibnitiana hypothesi nulla est omnino. Dum enim dicunt Leibnitiani corpus aliquod data velocitate datum spatium percurrere, motus & spatii nomine non intelligunt realitatem aliquam in rebus existentem, sed duntaxat ideam confusam, quam mobilis perceptio diversusque coexistentiæ ordo in anima producunt. Hoc modo interpretandum esse ajunt celebratissimum Zenonis argumentum de Achille & testudine. Et quidem minus verisimile existimant eo insaniæ unquam devenisse aliquem ut motum prout est phœnomenum negare potuerit, eumque a Zenone negatum fuisse opinantur in eo duntaxat sensu quod notiones spatii, loci, temporis motusque sensibilis velut imaginarias habuerit. Cæterum tantum abest ut ex hac rerum

phy-

physicarum obscuritate tantaque opinionum varietate aliquid utilitatis præclarissimæ huic scientiæ detrahi possit, quin contra hinc derivari possint utilitates maximæ, quas in appendice demonstrabimus

CONCLUSIO II.

Corpora omnia innumeris poris pertusa esse demonstratur.

I. Corpora omnia etiam ponderosissima infinitis propemodum poris seu foraminibus cribrata esse manifestum est exemplo crystalli. Nulla in crystalli superficie assignari potest pars vel minima, quæ non sit eximie pellucida. Hæc autem pelluciditas summa intelligi nequaquam potest, nisi ad opposita superficierum puncta radiis lucis pateat facilis transitus. Hinc evidens est crystallum non solum innumeris poris scatere sed nihil fere materiæ omnino solidæ continere. Inde autem ad examen revocari potest auri porositas; notum enim est experimentis, pondus auri esse ad pondus crystalli sub eodem volumine ut 8 ad 1; quare quantitas materiæ in auro est ad quantitatem materiæ in crystallo ut 8 ad 1, ideoque aurum licet sit corporum omnium, quæ nobis nota sunt, ponderosissimum, nihil fere habet materiæ, ac proinde infinitis propemodum poris pertusum est. Et quidem si aurum redigamus in tenues lamellas easque microscopio contemplemur, non solum apparent pellucidæ, sed variis modis implexæ innumerisque meatibus hiantes observantur. Simili ratione ar-

argumentando a *fortiori*, ut dicunt, demonstratur multo magis porosa esse corpora alia.

II. Præcedens demonstratio satis quidem esset; sed afferre non absre erit experimenta nonnulla quæ utilissima esse possunt. Durissima etiam marmora a fluidis plurimis penetrantur, a spiritu vini, a spiritu terebinthinæ. Parare docuit clariss. Dufaius in mon. Paris. ann. 1728, 1732, liquores plurimos qui compactissimos quoque lapides facile pervadunt suaque reliquunt vestigia. Hinc si liquores illi variis tingantur coloribus, atque in aliqua superficie ducantur lineamenta, per varia lapidis strata ad oppositam usque superficiem, liquorum vi transmitti poterit imago quælibet suis picta coloribus. Notissima est Physicis perspiratio insensibilis, quæ a primo observatore Sanctorio nomen *Sanctoriana* retinuit; ex octo alimentorum libris quas aliquis uno die sumeret, quinque circiter hic apud nos, ætate vegeta, vita commoda, victu moderato, per transpirationem elabuntur, hujus tamen transpirationis copia major vel minor est pro regionum varietate diversaque cæli temperie. Omnium animalium cutis scatet vasis innumeris quorum aliqua *absorbentia*, alia *exhalantia* vocantur; hæc vascula, quæ sub squamulis *epidermidis* oblique patent, tantæ sunt subtilitatis ut computante Leeuwenhoekio in spatio unius arenæ globulo non majori, hient plusquam 125000 hujusmodi meatus. Hi, *absorbentes* scilicet, subtilissimis particulis ingressum; isti autem, nempe *exhalantes*, exitum permittunt. Ex hac corporis humani porositate intelligitur bal-

balneorum usus, per totam corporis superficiem introductis aquæ particulis ad sanguinem usque, cujus moleculas nimium cohærentes dividunt & ad circulationem faciliores reddunt. Hæc summa porositas in arboribus plantisque omnibus observatur; vegetabilia omnia e terræ gremio per poros suos succum nutritium hauriunt & per totam substantiam quaquaversum propagant. Legenda sunt pulcherrima hac de re experimenta quæ habuit clarifs. Halesius in *statica vegetabilium*.

Neque prætermittenda est ovorum porositas ex qua trahi potest utilitas non exigua. In suprema ovi recens exclusi superficie videre est substantiam quandam lacteam; hæc autem progressu temporis evanescit per ipsos corticis porros elapsa, atque hinc ova nutritioni minus fiunt idonea & tandem corruptioni obnoxia. Ut autem hæc materia servetur integra ovaque a putredine liberentur, hoc remedium excogitavit Reamurius. Ovi putamen adipe ovina, vel etiam *vernice*, ut vocant, facta ex spiritu vini, ex omni parte imbuunt; hoc artificio materiæ lacteæ exitus præcluditur, & ova per plures menses integra servari possunt, non secus ac si recens fuerint exclusa; quod quidem in longinquis navigationibus imprimis utile esse potest.

In vulgaribus physices institutionibus describitur atramentum quod *simpaticum* vocant; hoc autem modo parari solet. Lythargyri uncia una sumatur quæ cum aceti distillati unciis quinque vel sex misceatur; ubi autem acetum lythargyro probe saturum

est,

est, illud per chartam de more percoletur. Hoc liquore qui *acetum Saturni* a chymicis appellatur, utendum est ad exarandos characteres, quos non magis conspicies quam si aqua scripseris; verum si adhibeatur liquor alius mox dicendo artificio comparandus; jam characteres pulchre fiunt conspicui. Itaque capiatur auripigmenti uncia una, quæ cum calcis vivæ unciis duabus misceatur, mixturæ immittatur aqua, habebitur liquor alter quo imbuenda est charta aliqua characteribus antea descriptis imposita, centum etiam interpositis chartarum foliis, statim hujus liquoris particulæ multa permanant chartæ folia, & characteres qui antea oculos fugiebant præclare nigros legemus atque mirabimur.

Ex descriptis experimentis patet innumeris poris pertusa esse dura cujuslibet speciei corpora; unum duntaxat in corporibus fluidis experimentum afferre satis erit. Fluidorum porositas inde facile colligitur quod fluida quædam se invicem imbibant. Si intra tubum in quo oleum vitrioli continetur certa infundatur aquæ quantitas & volumina respectiva notentur, mixtione facta atque fermentatione sedata, volumen invenitur justo minus. In aliis mixtionibus plurimis idem se expertum fuisse testatur Muskembroekius; sed generatim fluidorum omnium porositas ex diversa eorum gravitate specifica facile patet. Itaque ex his omnibus sic concluditur: Admittenda est summa illa corporum porositas, quam capta in omni corporum genere experimenta demonstrant; atqui &c. Ergo.

Objic.

Objic. Si corpora omnia innumeris poris pertusa sunt, jam absoluta corporum pondera non cognoscimus; ignota enim est materiæ quantitas, ac proinde & ignotum pondus, quod materiæ quantitati proportionale est; atqui id repugnare videtur. Ergo &c...

Resp. C. Maj. N. Min. Nullum inveniri potest corpus perfecte solidum, quod quidem si invenire liceret, jam innotesceret quantitas materiæ in singulis corporibus, illorumque proinde pondus absolutum, conferendo scilicet datam aliquam materiæ portionem cum pari volumine diversorum corporum. Quamobrem cum tali corpore perfecte solido careamus, superfluis conjecturis indulgent otiosi philosophi, qui fictitiis hypothesibus materiæ quantitatem determinare conantur; imo totum hoc Universum ex materiæ quantitate valde exigua constare probabilissimum est, & præjudicatas hac de re vulgari opiniones demonstrabimus, ubi sermo erit de materiæ subtilitate.

Inst. 1. Si tanta sit corporum porositas, in errorem nos perpetuo inducerent sensuum organa, falsisque sensationibus nos perpetuo deciperet Deus; atqui hæc illusio divinæ veracitati repugnat. Ergo... Resp. N. Maj. Plurimæ sensuum fallaciæ per ratiocinationem philosophicam ad examen revocari atque emendari possunt, nec sensibus temere credendum est: *Non est judicium veritatis in sensibus*, inquit S. Augustinus. Itaque Deus ad sensuum errorem nos minime cogit. Præterea superbissimos sese ostendunt philosophi qui humanas cognitiones ultra justos limites longius extendunt:

pau-

pauca admodum novimus in rebus philosophicis; atque in hac cognitionum nostrarum imbecillitate non violatur divina veracitas, sed contra maxime commendatur optimi Numinis infinita bonitas, cui placuit eas tantum hominibus concedere cognitiones quæ ad justas vitæ hujus utilitates, & ad finem ultimum vitam scilicet æternam perducere possunt.

Inst. 2. Si corpora tot poris pertusa sint, jam per omnium corporum poros perpetua effluerent corpuscula, per ipsos quoque corporis humani poros necessaria ad vitam fluida erumperent; atqui hæc perpetua effluvia repugnant omnino. Ergo &c. Resp. N. Min. Re quidem vera ex singulis corporibus perpetua exeunt effluvia, quæ quidem ponderis jacturam aliquando demonstrant, interdum autem nullam, pro varia effluviorum subtilitate. Hanc effluviorum tenuitatem fere incredibilem ostendunt corpora odorifera, quæ per plures annos absque ullo, quod observationibus & experimentis conspicuum esse possit, ponderis detrimento, subtilissimas emittunt particulas quibus organi olfactorii papillas pungi atque vellicari necessum est. Quod autem per corporis humani poros necessaria ad vivendum fluida non erumpant, id repetendum est ex diversa fluidorum pororumque figura, cujus eam oportuit esse varietatem ut in sani corporis statu necessariis fluidis exitum prohiberet. Itaque rursus semperque laudanda est divina bonitas, quæ admirabilem corporis nostri structuram ita composuit ut vivere possemus, & quantum ipse Deus vel-

let.

let viveremus ad immortalem vitam deinde transituri.

ARTICULUS II.

De extensione impenetrabili.

I. IMpenetrabilitatem jam definivimus eam corporis proprietatem, qua fit ut singula corpora omnibus aliis corporibus undequaque prementibus resistant, & quandiu aliquem occupant locum corpora alia ab eodem loco excludant. Porro hic sermonem habemus de impenetrabilitate *sensibili* qualem per contactum sese manifestat. Non desunt quidem doctissimi viri qui nullam accuratam continuitatem, aut soliditatem admittunt; omnemque contactum immediatum excludunt. Censent ergo materiam omnem & corpora constare punctis prorsus indivisibilibus & inextensis, quæ puncta semper a se invicem distent aliquo intervallo quod imminui quidem possit in infinitum, sed non possit auferri sine punctorum penetratione; putant scilicet puncta illa prædita esse quibusdam viribus quas *repulsivas* appellant; vires nempe illæ imminutis in infinitum distantiis augentur in infinitum, ac proinde puncta in minimis distantiis cogunt a se invicem recedere, donec tandem in certa distantia, adhuc tamen minima, nullæ sint, tum directionem mutent, & mutato nomine dicantur attractivæ. In hac igitur hypothesi punctorum vires crescunt atque decrescunt, mutataque directione migrant ex attractivis in

in repulsivas, & contra. Illa tamen puncta viribus attractivis & repulsivis donata firmissimas possunt massas constituere, ubi nempe posita sunt in iis a se invicem distantiis, in quibus, imminuta vel tantisper distantia, ingens habetur vis repulsiva, distantia autem aucta ingens habetur vis attractiva. Itaque ex harum virium natura oritur impenetrabilitas, non ex immediato contactu. Porro quamvis in hac opinione nullus sit contactus immediatus, existit tamen contactus physicus & sensibilis; tantillæ enim sunt punctorum distantiæ ut omnem sensuum subtilitatem longe fugiant. De hoc argumento, iterum oblata occasione, breviter nobis dicendum erit; quia vero minima punctorum intervalla sub sensus non cadunt, res omnes perinde se habent quoad effectus physicos quos quidem in nostris institutionibus unice considerandos nobis proponimus; hinc de impenetrabilitate sensibili & physica duntaxat hic sermo est.

II. Hanc impenetrabilitatis seu soliditatis speciem perpetuo experimur; sive enim quiescamus, sive moveamur, continuo deprehendimus alia corpora quibus nostrum corpus innititur, resistere & resistendo impedire ne telluris superficiem profundius penetremus. Dum quotidiana necessitate corpora contrectare cogimur, resistentiam manu sentimus, atque ex hac resistentia originem habent explicatæ antea conflictuum leges. Hæc proprietas corporibus omnibus competit, sive fluida sint, sive firma, sive dura & fixa, seu mollia & facile

cile mobilia; fluida enim in vasculis conclusa atque compressa resistentiam ostendunt, ne quidem excepto aere fluido tenuissimo. Quamobrem licet sensu tactus illam non deprehendamus resistentiam nisi in materiæ partibus quæ possunt tactus organum afficere, tamen, per analogiam naturæ, hanc eandem resistendi vim ad corpora subtiliora sensibus impervia transferre licet. Cæterum patet hanc corporum proprietatem cum vi inertiæ conjunctam esse & ex ea pendere, atque hinc intelligitur ratio, cur præter vulgarem consuetudinem, ultimo loco tractatum sit de extensione impenetrabili atque etiam de penetrabili, cujus notionem ex ipsa impenetrabilitate haurimus atque derivamus.

III. Ex hactenus explicatis manifestum est impenetrabilitatem sive soliditatem a corporum duritie longe distinguendam esse, quod quidem non satis accurate præstiterunt aliqui. Et quidem durities est firma quædam partium connexio saltem *sensibilis*, qua fit ut partes illæ ægre divelli possint & molem quandam constituant cujus figura difficulter mutatur. At soliditas de qua hic agimus mollioribus durisque corporibus competit. Nec confundi debet soliditas geometrica cum soliditate physica. His gradibus progrediuntur Geometræ. Corpora primum considerant simul cum sensibilibus eorum proprietatibus, a quibus deinde abstrahunt; & tandem corpora velut quandam extensionis penetrabilis, divisibilis & figuratæ portionem contemplantur. Itaque corpus geometricum nihil est aliud quam exten-

tensionis pars aliqua undequaque terminata. Tres hujus extensionis dimensiones generali velut prospectu primum spectamus; verum ad facilius determinandas proprietates singulas, unicam deinde separamus dimensionem, longitudinem scilicet, alteram postea adjungimus nempe latitudinem & superficiem consideramus; tandem tres dimensiones simul, hoc est, totam soliditatem complectimur. Hinc facile refellitur duplex censorum genus; alii sunt sceptici qui inconcussa matheseos theoremata labefactare conantur, eaque falsis hypothesibus, commentitiis nempe lineis & superficiebus innixa esse obganniunt. Alii sunt imperiti quidam physici, qui veritates geometricas velut superfluis abstractionibus fundatas fastidiose traducunt. Ad hunc ipsum articulum referri potest celeberrima in scholis controversia de extensionis divisibilitate in infinitum; hæc quæstio nobis videtur *logomachia* aliqua laborare; quod quidem in disputationibus plurimis persæpe contingit. Dum disputant philosophi de extensionis divisibilitate, vel rem intelligunt de extensione *abstracta* & *geometrica*, vel de extensione *physica*, & de qualibet materiæ portione. Rursus autem divisibilitas illa vel est *geometrica*, hoc est, in qualibet extensione concipi possunt & revera existunt partes numero infinitæ, vel divisibilitas illa est *physica* & *actualis* ita ut extensio quælibet in infinitum dividi possit. Hic est celeberrimæ quæstionis status, jam partes singulas explicabimus.

IV. Physicam & actualem extensionis divi-

visibilitatem in infinitum locum habere non posse evidens est; cum experimentis certissimum sit post certum divisionum numerum sensibus nostris evanescere omnino extensionis phœnomenum, ita ut subtilissimis etiam organis sese subducat. Si quæstio sit de extensionis physica & de qualibet materiæ portione, jam tota res pendet ex philosophicis litibus, quæ adhuc sunt sub judice. Etenim cum ignota nobis sit intima corporum natura, certo asserere non possumus corpora ex simplicissimis inextensisque particulis esse composita; in hac autem opinione manifestum est materiam non esse in infinitum divisibilem. At si eam teneamus aliorum philosophorum sententiam quæ n.. riæ portionem quamlibet etiam minimam velut continuam & extensam admittit, jam certum est materiam esse in infinitum geometrice divisibilem. Itaque tota quæstio pendet ex corporis natura; quam quidem in ultimo physices articulo, quantum patitur rei obscuritas, meditabimur, nostramque ignorantiam fateri non dubitabimus. Interim sit

C O N C L U S I O.

Extensio qualibet in infinitum geometrice divisibilis demonstratur.

I. Extensio quælibet geometrice considerata nullas habet partes determinatas; cum enim tota extensionis geometricæ notio in sola partium coexistentium conjunctione posita sit; indeterminatus omnino est partium ista-

istarum numerus, nec extensionis notionem ingredi debet. Itaque pro arbitrio assumi potest partium numerus; nempe fingere licet in extensione aliqua contineri decem vel mille partes &c. prout pars aliqua pro unitate adhibetur; ita linea aliqua duas continebit partes, si pars dimidia pro unitate habeatur, decem vel mille partes habebit, si pars decima vel millesima usurpetur pro unitate. Quare cum unitas illa sit omnino indeterminata, indeterminatus etiam erit partium numerus, quem proinde numerum in seriem infinitam abire concipi potest. Igitur extensio continua erit geometrice divisibilis in infinitum.

Hanc eandem ratiocinationem in qualibet corporum dimensione obtinere evidens est. Et quidem corpus triplici dimensione præditum suos habere debet limites atque terminos; alioquin finitum non foret atque determinatum. Igitur corpus habere debet reales limites, qui binas tantummodo habeant dimensiones in longum & latum. Etenim utcumque exigua profunditas assumatur, ejus pars interior ad terminum seu limitem pertinere non potest. Is autem terminus latitudine sola & longitudine præditus, dicitur *superficies*. Item superficies quævis finita suum habere debet terminum qui simili argumento latitudine careat, & is dicitur *linea*. Eodem pacto lineæ terminus erit *punctum* nulla extensione præditum. Igitur superficies, linea, punctum non sunt materia seu corpus, sed meræ corporis affectiones, quæ sine ipso & per sese subsistere non possunt, nempe haberi debent tan-

quam termini & limites materiæ *reales* quidem; neque a nostra imaginandi vi pendet quod dimensiones finitæ terminum aliquem seu limitem habeant, qui ad ipsas non pertineat. Itaque nec superficies erit pars corporis, nec linea pars superficiei, nec punctum pars lineæ, sed realis terminus, nec proinde corpus repetitione & suprapositione superficiei, nec superficies repetitione lineæ, nec linea repetitione puncti, sed ductu quodam continuo generabitur. Hinc statim patet binas quasque superficies vel in unicam coalescere & congruere, vel corpus aliquod triplici dimensione præditum intercipere, binas lineas intercipere superficiem, binas lineas intercipere lineam; nec ullam proinde superficiem superficiei, lineam lineæ ita proximam esse, aut punctum puncto ita vicinum ut nihil mediæ distantiæ intersit. Ita si corpus quod continuum concipiatur & solidum, sectione quadam plana secetur, evidens est alteram sectionem priori ita proximam fieri non posse ut nihil corporis inter ipsas sit, sed nova sectio vel aliquid intercipiet, vel cum priore penitus congruet. Intervalli autem hujus medium aliquod erit quod nimirum cum neutro extremo congruere potest, ne ipsa itidem extrema congruant, intervallo omni sublato. Quare dimidii intervalli rursus haberi poterit pars dimidia & ita deinceps in infinitum, ac proinde habebitur necessario divisibilitas in infinitum.

II. Eandem extensionis divisibilitatem in infinitum evincunt argumenta geometrica

innumera. Infiniti numero duci possunt circuli, alii aliis majores qui eandem rectam & se invicem contingant in unico puncto, ideoque in infinitum dividere possunt finitum intervallum, quod inter tangentem circulumque minimum intimum comprehenditur. Inter easdem parallelas duci possunt parallelogrammi, alii aliis longiores in infinitum, exigui utcumque parallelogrammo æquales. Ex longissimæ cujusvis lineæ rectæ divisionibus quotcumque agi possunt lineæ parallelæ, itaut extremæ transeant per extrema puncta rectæ cujusvis utcumque exiguæ, quam omnes secabunt in totidem æquales partes quot illa longissima recta habebat, nec unquam exhaurietur exiguum illud intervallum, quod semper superest, nec rectæ congruent. Alia ejusmodi sexcenta adhiberi solent, & quæ vim habent summam & severam demonstrationem efformant pro spatii & extensionis divisibilitate; si enim continua realisque extensio admittatur, jam superficies, linea, punctum non sunt mentis nostræ figmenta, sed realis extensionis reales termini. Nihil tamen ex geometria petitum evidentius faciliusque demonstrat extensionis divisibilitatem in infinitum, quam illud Geometris notissimum, quod nempe datis binis rectis possit semper inveniri tertia continue proportionalis post ipsas. Si enim assumatur recta quævis utcumque parva, cum alia utcumque magna, quæ illam contineat vicibus quotcumque, semper invenietur tertia post hanc & illam, quam hæc totidem vicibus contineat, ideoque continebit hæc tot par-

tes

tes quot libuerit, & quemadmodum nullus erit limes ultra quem augeri non possit hæc magna linea, ita nullus itidem erit ultra quem illa tertia imminui non possit.

Hæc quidem argumenta ex primis Geometriæ elementis desumta sunt; sed iis quoque consulendum qui rebus geometricis haud assueti, demonstrationum evidentiam facile non percipiunt; quare libet argumentum unum physicum ex motu petitum proferre. Si extensum constaret ex indivisibilibus, æque veloces forent motus omnes, nec minus spatium eodem tempore percurreret segnissima testudo quam velocissimus cursor. Etenim non posset testudo minus spatium eodem temporis puncto percurrere; indivisibile enim ponitur spatium temporis puncto indivisibili descriptum, ac proinde cum repugnet indivisibile alio indivisibili minus, spatium minus a testudine percurri repugnat, quare spatium æquale describet. Idem dicendum de alio quovis tempore, ac proinde spatia æqualia ab utroque semper describentur, & cursor velocissimus non plus conficiet spatii quam testudo tardissima, quod est absurdum. Plurima alia ejusdem generis absurda ex eadem indivisibilium hypothesi colliguntur, verum quæ dicta sunt sufficiant; cæterum evidens est præcedentes demonstrationes valere etiam pro materiæ divisibilitate, si materia continuam extensionem habere ponatur. Etenim singulis spatii partibus singulæ respondebunt materiæ partes quæ proinde non secus ac spatium erunt in infinitum divisibiles. Verum in hypothesi Leibnitiano-

rum & aliorum philosophorum qui inextensa & simplicissima materiæ puncta admittunt, jam materia non erit divisibilis in infinitum, & ideo hanc nostram conclusionem de sola extensione enuntiavimus.

Objec. Si extensio divisibilis esset in infinitum, in quovis extenso existeret numerus partium infinitus, quo posito maximum sequeretur absurdum. Nam si numerus partium infinitus in quovis extenso daretur, nullus haberi posset motus, ne quidem per minimum spatium, cum in minimo spatio numerus partium sit infinitus. Ergo &c. .... Resp. N. sequelam Ant. & Cons. Quamvis numero infinitæ sint spatii percurrendi partes, eæque nonnisi tempore aliquo a mobili percurri possint, illæ tamen partes non sunt finitæ magnitudinis, sed infinite parvæ; hoc est, ut vocant, *infinitesimæ*. Hinc ut percurrantur non egent tempore finito, sed tantum particula temporis infinite parva, nisi fingamus mobilis celeritatem esse infinite exiguam. Ratio est quia tempus non secus ac spatium dividi potest in partes multitudine infinitas & magnitudine infinite parvas. Itaque si mobilis celeritas finita sit, quælibet infinite parva spatii particula in homologa temporis particula a mobili absolvetur; ac proinde totum aggregatum multitudinis infinitæ particularum infinite parvarum spatii, seu totum spatium finitum describetur a corpore in aggregato multitudinis infinitæ tempusculorum infinite parvorum; seu tempore finito. Quare falsum est, posita divisibilitate in infinitum, nullum haberi posse mo-

motum, ne quidem per minimum ſpatium, ſive minimum ſpatium nonniſi infinito tempore percurri poſſe. Quod ut magis declaretur, probe attendi debet jam antea fuſius explicata temporis, motus, ſpatiique analogia. Tres illæ notiones ita neceſſario ſunt conjunctæ ut una alteram indivulſo nexu contineat. Nulla extenſionis alicujus determinatæ clara idea haberi poteſt, niſi nobis exhibeamus mobilis alicujus velocitatem datum ſpatium dato tempore percurrentis; & viceverſa mobilis alicujus velocitatem clare intelligere non poſſumus, niſi ope ſpatii dato tempore deſcripti. Hinc fit ut ex tribus temporis, velocitatis, ſpatiique conditionibus, datis duabus, tertiam inveniant Geometræ; ut explicavimus in articulo de motu.

Inſtabis 1. Si extenſio contineat partes numero infinitas; infinitum contineretur in finito; extenſio enim finita haberet partes multitudine infinitas; quod quidem abſurdiſſimum eſt. Ergo &c. .... Reſp. Diſt. Ant. extenſio finita contineret partes numero infinitas, ſed infinite parvas, C. Ant. partes numero infinitas & finitæ magnitudinis, N. Ant. Quare N. Conſ. Hæc objectio falſa laborat hypotheſi, quod nempe quantitas aliqua ex partium numero tantum æſtimari debeat; cum tamen certiſſimum ſit eam ex partium multitudine & magnitudine ſimul æſtimandam eſſe. Igitur quantitas finita continere quidem non poteſt partes finitas numero infinitas; poteſt tamen dividi in partes numero infinitas & infinite parvas. Et quidem ſi partium ma-

gnitudo eadem ratione minuatur, qua earum numerus augetur, totum ex his omnibus partibus compositum idem manebit, ac proinde finitum erit, etiamsi partium numerus augeatur in infinitum. Exempla plurima suppeditat Arithmetica, fatentibus ipsis adversariis, ubi numerorum series est infinita, manente tamen summa seriei finita. Ita demonstrant Arithmetici seriem in infinitum continuatam $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ &c. unitati æqualem esse; at nemo negabit seriem hanc infinitas partes habere. Verum ut huic argumento aliisque id genus plurimis paretur responsio, tollenda est omnis vocabuli ambiguitas. Dum extensionem in infinitum geometrice divisibilem esse demonstramus, quæstio minime est de *actuali* infinitæ divisionis possibilitate; hoc unum intelligi volumus, in minima qualibet extensionis parte minores alias concipi posse particulas, atque hoc ipsum est quod divisibilitas in infinitum appellari solet; nomine enim infiniti venit id omne cujus limites assignari non possunt.

Instabis 2. Si extensio quælibet finita dividi possit in partes numero infinitas, magnitudo quantumvis exigua in tot partes dividi poterit ac quælibet alia quantumvis maxima. Maxima itaque æquabitur minimæ; imo omnes quotcumque magnitudines utcumque diversæ, æquales erunt, utpote ex æquali partium numero, nempe infinito, constitutæ; quod quidem absurdum vitari non potest, nisi dicatur magnitudines esse infinitas alias aliis majores; hic autem

ine-

infinitus infinitorum ordo a ratione omnino alienus videtur; ergo quocumque se vertant hujus opinionis patroni, multis sese implicant ambagibus & absurdis .... Resp. N. seq. Ant. & Conf. Responsio ad primam objectionis partem patet ex responsione precedenti. Etenim quodnam est absurdum duas magnitudines inæquales in eundem partium numerum dividi? An quia partes sunt numero æquales, composita sunt æqualia? Si hoc verum esset, verum itidem foret pedem digito æquari; pes enim non secus ac digitus in duodecim partes dividitur. Quod spectat alteram objectionis partem; diversum nempe infinitorum ordinem, res est difficilior. Ut autem hæc objectio & tota simul quæstio in bono lumine collocetur, sublimem quantitatum infinitarum & infinitesimarum doctrinam, quantum per harum institutionem præscriptam facilitatem nobis facere licet, explicabimus.

Quantitatum infinite parvarum nomen hactenus adhibuimus, verum id fecimus brevitatis causa & ut receptum servaremus loquendi usum. Et quidem nulla quantitas in se spectata & sine nostro cogitandi modo, aut infinite parva est aut infinite magna, sed in se determinata est & finita, quod facile patet ex demonstratis de extensionis divisibilitate. Et certe data quavis magnitudine utcumque parva vel utcumque magna, illa semper minor in primo casu, & alia semper major in casu altero haberi potest; nobis enim licet quantitatem exiguam vel ingentem considerare, primamque minuere, alteram augere, abstra-

hendo animum a quovis limite determinato. Priorem quantitatem dicimus *infinitesimam* vel *infinite parvam*, quantitatem alteram appellamus *infinitam* vel *infinite magnam*, accipiendo infinitum pro indefinito, quod diligenter notandum est, cum infinitum nusquam sit in rebus, sed in nostro concipiendi modo. *Finitam* dicimus quantitatem quamvis, quæ vel non concipitur variabilis, vel si concipitur variabilis, ultra quosdam determinatos limites variabilis non consideratur; rationem quam duæ quantitates finitæ habent ad se invicem, *rationem finitam* vocamus. Unam e quantitatibus, quæ imminutæ concipiuntur ultra quoscunque limites & *ad arbitrium assumptam*, dicimus infinitesimam *primi ordinis*. Si sit quantitas alia, quæ ad hanc infinitesimam habeat rationem, quam ipsa infinitesima habet ad quantitatem finitam, quantitatem hanc dicimus infinitesimam *secundi ordinis*, & ita deinceps. Viceversa, si quædam quantitas sit ad finitam quantitatem illam, ut illa ad infinitesimam primi ordinis, eam dicimus infinitam *ordinis primi*, & eodem pacto superiores infinitorum ordines definimus. Hę autem quantitatum infinitesimarum & infinitarum notiones sunt omnino distinctæ.

His explicatis jam patet diversos esse infinitorum & infinitesimorum ordines; nam circuli diameter, quæ finita est se habet semper ad chordam ut est chorda ipsa ad abscissam, ac proinde si in circulo fingatur chorda infinite parva primi ordinis, erit abscissa infinitesima ordinis secundi. Si autem chorda sit infinitesima ordinis secundi, erit ab-

abscissa infinitesima ordinis tertii & ita deinceps. Itaque ex infinitesimis primi ordinis statim derivari evidens est quantitates infinitesimas aliorum ordinum, ac proinde etiam varios infinitorum ordines. Hinc non satis claram hujus doctrinæ cognitionem habuisse videtur D. Niewentit, qui concessis infinitesimis primi ordinis, alios infinitesimorum ordines rejecit. Id ergo probe recordandum est, infinite parvas & infinite magnas quantitates a nobis quidem admitti; sed in eo duntaxat sensu quod quantitates istæ sint indefinitæ, hoc est, ut augeri vel minui concipiantur ultra quoscumque limites. Constituta autem talium quantitatum definitione accurata, alteri objectionis parti satisfactum est, atque etiam aliis objectionibus plurimis, quæ ex quantitatum illarum natura non satis explicata desumi solent.

Superest ut de earumdem quantitatum usu quem quidem in nostra physica aliquando usurpavimus, breviter aliquid adjungamus. Usus omnis positus est in comparandis inter se quantitatibus finitis, earumque rationibus & affectionibus determinandis. Si comparatis inter se binis quantitatibus finitis, negligantur differentiæ, quæ earumdem quantitatum respectu sunt infinite parvæ, vera æqualitas haberi debet, nec ullus ne infinitesimus quidem error committi potest. Etenim finitæ quantitates dicuntur illæ, quæ sunt in se determinatæ, infinite autem parvæ eæ vocantur, quæ concipiuntur minui ad arbitrium ultra quoscumque limites in se determinatos. Porro his neglectis quantitatibus, nullus error ne quidem in-

 fini-

finitesimus oriri potest; si enim inæquales essent finitæ quantitates illæ, haberent differentiam aliquam in se determinatam. Quoniam autem quantitates infinitesimæ minui possunt ultra quoscumque limites in se determinatos, omnes simul poterunt esse minores differentia qualibet determinata. Itaque minus accurate loquuntur aliqui dum dicunt negligi posse quantitates infinite parvas, quia error est infinite parvus; revera enim nullus est. Igitur tota res huc reducitur, ut nempe, ad demonstrandam duarum quantitatum æqualitatem, ostendatur differetiam esse assignabili qualibet differentia minorem. Hanc autem methodum accuratissimam omnino esse, nullique errori obnoxiam evidens est; tota enim pendet ex hoc Euclidis theoremate, nempe: *Quantitates duæ sunt æquales, si differentia sit quantitate qualibet assignabili minor*; etenim si forent inæquales, differentia posset assignari; quod est contra hypothesim. His fundamentis innititur calculus *infinitesimalis*, qui *primarum* & *ultimarum rationum* vel etiam *limitum* calculus, cum Newtono rectius appellari potest.

ARTICULUS III.

De figurabilitate.

I. *Figurabilitas* appellatur illa corporum proprietas qua fit ut externa illorum superficies in longum, latum, & profundum certo modo extendatur atque terminetur. Intricatissimæ a philosophis proponi solent quęstiones duæ: 1. est: An minimæ elementares

res particulæ, ex quibus corpora componuntur perpetuam ac determinatam habeant figuram, quæ nulla naturæ vi frangi possit: 2. autem est: An corpora per diversam minimarum particularum naturam specie distinguantur; an per solam earumdem particularum dispositionem. Sed quidquid sit de illis duabus quæstionibus speciali conclusione mox explicandis, certum est corpora in tenuitatem immanem reduci posse; quod paucis utilioribus experimentis demonstrare satis erit. Auri ductilitatem fere incredibilem contemplemur & ad calculum revocemus. Aurum malleo tunditur & in lamellas extenditur. Pes cubicus auri pondus habet librarum 1349, seu unciarum 21584; nam 16 unciæ libram Parisiensem constituunt. Jam vero linea eandem habet rationem ad pedem, quam habet 1 ad 144. Quare si numeri ad potentiam cubicam evehantur, erit linea cubica ad pedem cubicum ut 1 ad 2985984, hoc est pes cubicus lineas cubicas 2985984 continet, sed pes cubicus auri pondus habet unciarum 21584; ergo si per hunc numerum antecedens numerus dividatur, quotus $138 + \frac{7392}{21584}$ exprimet quot lineas cubicas uncia auri comprehendat. Jam si ex uncia auri formetur cubus, illius latus seu altitudo erit $5 + \frac{1}{6}$; hæc enim est radix cubica numeri præcedentis quam proxime. Quare si numerus hic in seipsum ducatur, erit basis cubi $26 + \frac{25}{36}$ linearum

quadratum. Præterea sciendum est artifices, qui aurum tundunt ac in tenues lamellas extendunt, unciam auri ita attenuare & in tam amplam redigere laminam, ut ex illa commode ducant 2730 bracteas quarum latera quaquaversum sunt linearum 34, neglectis segminibus quæ tamen sunt ponderis dimidii. Jam si bractearum latera sunt 34 lin. erunt in bractea qualibet lineę quadratæ 1156, ita ut, si bracteæ omnes in unam denuo coeant superficiem, habeatur superficies linearum quadratarum 3155880, cui numero si vel tertia pars pro segminibus addatur, id est, si addas 1091560, patet opifices ex unica auri uncia efficere 4207840 lin. quadratas visibiles; sed hujus superficiei amplitudo nempe linearum quadratarum 4207840, continet basim istius cubi nempe $26 + \frac{25}{36}$ vicibus 159092. Ergo uncia auri efformata in cubum $5 + \frac{1}{6}$ lineis altum, dividitur in lamellas quadratas 159092. Porro quodlibet lineæ quadratæ latus, istrumenti acuti mucrone in 6 saltem partes dividitur, ac proinde integra quadrata linea in partes 36. Quare si numerus linearum quadratarum 4207840 multiplicetur per 36, nemper per numerum partium in quavis linea facile visibilium, productum 151482840 exprimet numerum partium, quæ in unica auri uncia conspici possunt; quod prorsus mirum videbitur.

Sed longe major appareat auri ductilitas, si tenuissimæ aureæ lamellæ argentum ac

filum

filum sericum circumvestientis crassities examinetur. Artifices massam argenteam sumunt ponderis 8 libr. quam componunt in cylindricam figuram altitudinis duorum pedum cum digitis 8, seu lin. 384 cujus peripheria est 2 dig. cum lin. 9 seu 35 lin. quæ si ducatur in altitudinem cylindri, superficies prodibit 13440 lin. quadr. superficiem hujusmodi aureis bracteis obducunt quarum pondus semiunciam adæquat. Tum cylindrum sic inauratum per diversa laminæ chalybeæ foramina trajiciunt, & massam illam ita extendunt ut capillarem subtilitatem imitetur & in ipsa tamen superficie inaurata maneat; atque hinc massa cylindrica in tenuissimum filum traducitur, cujus fili pondus grana 36 adæquat, in 150 pedes extenditur, ac proinde totus cylindrus in filum 307200 pedes longum extendi poterit; reducatur enim cylindri pondus in grana, libra Gallica 16 uncias continet, hæc drachmas 8; drachma 3 scrupulos, hic 2 obolos, obulus 12 grana, pondus 8 libr. continebit grana 73728. Itaque ad habendam longitudinem ad quam totus cylindrus produci potest, dicatur 36: 150 = 13728 ad quartum proportionalem 307200, atque hæc erit longitudo tenuissimi fili. Ergo semiuncia auri in tot visibiles partes distribui potest quot lineas complectuntur pedes 307200, nempe 44236800 lineas; sed linea in 6 visibiles partes ad minimum dividi potest; quare si 44236800 numerus linearum quæ in 307200 continentur, in 6 ducatur, numerus 265420800 designabit partes visibiles in dimidia auri uncia. Verum postquam filum

per

per anguſtiſſimum laminæ chalybeæ foramen trajectum eſt, inter duas rotas chalybeas lævigatiſſimas complanatur, & cylindrus in binas planities parallelogrammas reducitur; ac proinde numerus partium quadruplo major diſtingui poterit in tenuiſſima lamella, quæ tamen ſemper continua & inaurata apparet; itaque numerus partium in auri ſemiuncia oculo inermi conſpicuarum erit 1061683200. Poſtquam maſſa cylindrica in prædictam longitudinem exporrecta eſt, tenuiſſimam acquirit craſſitiem ita ut illius diameter vix æqualis ſit craſſitiei auri longiſſimam argenteam lamellam veſtientis, quę quidem craſſities a Clariſs. Reamurio ſtatuitur non major $\frac{1}{274881}$ lineæ. Imo ſi conſideremus auri bracteas non ubique ejuſdem craſſitiei, ſed in aliquibus locis duplo graciliores apparere craſſitie auri argenteam lamellam obducentis, in quibuſdam partibus major non erit $\frac{1}{100000}$ unius lineæ; quę quidem craſſities minor adhuc fieri poterit, ſi argentea lamina ſic inaurata rotis diligentius fuerit ſubacta. Rem longius deſcribere & calculi apparatum ſubjicere placuit, ob mirandam omnino & ſtupendam artis ſubtilitatem.

Quamvis tanta non ſit vitri ductilitas, hæc tamen philoſophorum meditationibus digniſſima eſt, & artificum laboribus aliquando fortaſſe perficienda. Notiſſimum eſt artificium quo vitrum in longiſſima ſubtiliſſimaque fila protrahi ſolet. Vitri fruſtu-

lum

lum flammæ admovetur, vi ignis subigitur & in mollem veluti ceram redigitur. Quo facto, uncinus vitreus fuso vitro adhibetur & deinde retrahitur; uncino autem retracto abducitur filum vitreum massæ vitreæ perpetuo adhærescens; filum illud uncino interceptum rotæ circumponitur, & rota rapidissime pro arbitrio circumagitur quæ fila vitrea ipsam rotæ circumferentiam perpetuo amplectuntur. Tanta autem aliquando obtinetur filorum subtilitas ut areneæ telæ tenuitatem æmulentur. Observavit clarissimus Reaumurius cum filorum tenuitate ipsam quoque flexibilitatem crescere, ita ut vitrea fila ad majorem subtilitatis gradum perducta pannos atque hominibus vestimenta præbere possent. Hujus utilitatis specimen aliquod videre est in puerilibus ornamentis ex mobili vitreorum filorum fasciculo contextis; talia enim ornamenta capiti imposita capillorum instar flectuntur, nec franguntur aeris motu agitata. Plurima alia experimenta legere est in vulgaribus physicorum libris qui omnium manibus teruntur.

II. Admiranda plane est materiæ subtilitas ad quam ars pervenire potuit; sed longe major est & omnem imaginandi vim superat particularum tenuitas quam in corporibus nonnullis ipsa natura demonstrat. Lucis radios corporaque odorifera iterum contemplare satis esset; sed jucundissimum argumentum alio exemplo illustrare non abs re erit. Solertissimus naturæ indagator Leewenhoekius in aqua per aliquot dies asservata exquisite microscopii ope minima ob-

observavit animalcula, quorum mille centena millia vulgaris arenæ globuli magnitudinem non excedunt. Jam cum animalculum quodvis sit corpus organicum, perpendamus paulisper quam delicatulæ & subtiles esse debent partes ad ipsum constituendum & ad vitalem actionem conservandam necessariæ. Haud facile concipitur quo pacto in tam angusto spatiolo comprehendi possit cor quod vitæ fons est, musculi ad motum necessarii, glandulæ ad liquores secernendos, ventriculus & intestina ad alimenta digerenda, & alia membra innumera sine quibus animal esse non potest. Præterea cum singula memorata membra sint etiam corpora organica, aliis carere non possunt partibus ad suas actiones necessariis. Constabunt ergo ex fibris, membranulis, tunicis, venis, arteriis, nervis & his similibus canaliculis numero fere infinitis, quorum exilitas imaginationis vires longe superat. At his infinite propemodum minores esse debent partes fluidi quod per canaliculos decurrit, nempe sanguis, lympha & spiritus animales, quorum in grandioribus animalibus incredibilis est subtilitas. En quanta in vilissimo animalculo portenta divinæque omnipotentiæ argumenta! Ex tanta & fere infinita *actuali* materiæ divisione evidens omnino fit a præjudicatis vulgi opinionibus longe differre Mundi hujus structuram. Sibi facile persuadet imperitum vulgus corpora magnam continere materiæ quantitatem, illorumque partes singulas stricte continuas esse; cum tamen certissimum sit corpora etiam compactissima exi-

guam

guam omnino & fere nullam habere materiæ portionem, eamque in tenuitatem incomprehensibilem esse divisam.

Neque hic prætermittendum est eximium problema quod analytice solvit Clariss. Keillius in institutionibus astronomicis; problema est hujusmodi: *Data utcumque exigua materiæ particula, eam per spatium utcumque magnum ita distribuere, ut nusquam habeatur spatiolum vacuum majus data mensura utcumque exigua*. Facili ratiocinatione rem intelligere licebit. Fingamus pollicem cubicum materiæ solidæ in sphæram cavam ad Saturnum usque extendi; quod certe non repugnat cum materia sit in indefinitum divisibilis: hæc autem sphæra exiguam habet crassitiem omnino tamen solidam. Jam sphæra ad minima intervalla minimisque poris pertusa fingatur, ita ut pororum distantia & magnitudo, datam mensuram utcumque exiguam non excedant. Tum ex decidua materia, quæ poros antea occupabat, componatur iterum sphæra, quæ priori sphærę sit quamproxime contigua. Hæc autem secunda sphæra minimis poris rursus perforata intelligatur, atque ex materiæ ramentis tertia fit sphæra, & ita deinceps. Manifestum est hoc modo obtineri posse sphæram integram ex aliis sphæris ita compositam, ut eadem maneant phænomena, quæ in præsenti hujus Mundi structura cernimus, eademque servetur apparens corporum continuitas. Jam vero ad propositas quæstiones duas redeamus. Cum itaque corpora quævis corporumque partes naturæ artisque viribus in minima corpuscula dissolvantur, a philosophis quæsitum

situm est num primigeniæ corporum particulæ certos habeant limites, ita ut perpetuam servent figuram, atque ex sola homogenearum particularum conjunctione variaque dispositione repetenda sit diversa corporum natura vel species. His præmissis sit:

CONCLUSIO.

De perfecta minimarum Particularum duritie, diversaque illarum natura nihil affirmandum videtur.

Prob. 1. pars. Nihil certo affirmare licet de illis quæstionibus philosophicis, quæ nulla observatione, nullo experimento, nullaque satis valida ratiocinatione probari possunt; atqui &c. Ergo... Prob. Min. Quod spectat observationes & experimenta, res est evidens, cum minimæ etiam corporum particulæ quæ ab elementorum tenuitate, si quam habent, longissime distant, nullis observationibus vel experimentis subjici possint. Neque etiam metaphysicis rationibus quidquam evinci potest. Re quidem vera nullum corpus perfecte durum in hac rerum universitate novimus: durissima quæque corpora in pulverem franguntur, ex silicibus ipsoque adamante fumum exprimunt solares radii in speculi ustorii foco collecti. Sed quid inde concludi poterit de primigeniis corporum elementis? nihil sane. Neque falsa demonstrari potest eorum philosophorum hypothesis, quæ simplicissima materiæ elementa atque inextensa admittit,
ut

ut jam observavimus & in sequenti articulo fusius explicabimus. Nec etiam invicte refelli possunt contrariæ opinionis patroni; quod enim de continuitatis lege proferri solet, demonstrationis vim non habere ex objectionum serie manifestum fiet.

Prob. 2. pars, quæ ex prima omnino pendet. Et quidem si nos latet utrum elementa sint simplicissima, an extensa; utrum sint perfecte dura, an artis & naturæ viribus divisibilia, multo minus de elementorum natura aliquid pronuntiare licet. Æque felici successu per diversam elementorum naturam, vel per diversam elementorum similium dispositionem explicari posse videntur diversæ corporum species. Et quidem mirum est quantam specierum varietatem induant corporum partes variis motibus vexatæ atque mutatæ. Ad hoc argumentum referuntur quæ diximus in Appendice ad caput tertium, atque de eadem re nonnulla adjungemus in objectionibus. His rationibus inductus Cartesius dicere ausus est: *Da mihi materiam & motum, Mundumque componam*. Hic autem data occasione, depellenda est conjecta in Cartesium calumnia, qua nulla gravior esse potest. Dum hæc verba protulit Cartesius materiæ creationem & supremi motoris necessitatem inficiatus non est magnus ille Philosophus; sed nihil aliud significare voluit, nisi supremum rerum omnium auctorem figura duntaxat & motu usum fuisse ad diversas corporum species distinguendas. Quod quidem breviter observatum volui, ut a falsis criminationibus religiose abstineant auditores nostri ad

pie-

pietatem magis, quam ad scientias instruendi.

Objic. adversus primam partem. Physicis notissima est lex *continuitatis*, qua jubetur nihil in rerum natura fieri per *saltum*, ita ut corpus ex aliquo statu ad alium transire non possit, nisi omnes percurrat status intermedios. Vi hujus legis corpus e motu ad quietem statim transire non potest, nisi singulos velocitatis decrescentis gradus trajiciat. At si aliqua sint corpora perfecte dura, jam violatur lex illa. Etenim si corpora duo perfecte dura æquali motus quantitate in partes contrarias sibi invicem occurrant, ambo post conflictum statim quiescunt; si autem inæqualis fuerit motuum quantitas, corpus quod minorem habet velocitatem, directionem statim mutat, ut patet ex demonstratis conflictuum legibus; unde sic argumentantur: Existere repugnat corpora illa quibus admissis violatur lex continuitatis, atqui &c. Ergo.... Resp. N. Maj. Lex continuitatis tota innititur principio rationis sufficientis. Sic enim ratiocinari solent qui hanc tuentur legem: Status in quo reperitur ens aliquod suam habere debet rationem sufficientem cur in tali statu existat potius quam in alio. Hæc autem ratio contineri non potest nisi in statu antecedenti. Igitur status antecedens continebat aliquid ex quo natus est status subsequens; illi nempe duo status ita sunt inter se conjuncti ut nullus possibilis sit status intermedius. Si enim inter statum præsentem & antecedentem aliquis foret status possibilis, primum statum natura mutasset

ſet nondum a ſecundo ſtatu determinata, ac proinde ſine ratione ſufficiente. Hæc eſt vulgata apud Leibnitianos ratiocinatio. Verum de principio rationis ſufficientis ſæpius ſermonem habuimus, illudque ita explicavimus ut in præſenti caſu minime valere poſſit. Itaque lex continuitatis huic principio innixa tanquam univerſalis naturæ lex demonſtrari non poteſt. Quidquid ſit de lege illa in magnis corporibus obſervata, eandem legem in minimis corporum elementis vigere nequaquam evincunt inſtituta in magnis corporibus experimenta, niſi oſtendatur ex ipſa corporum natura continuitatis legem profluere, quod certe nemo affirmaverit.

Quamvis autem perfecta elementorum durities nullo ſatis valido refelli poſſit argumento, hanc tamen ad intelligendam & explicandam ſpecierum varietatem minime neceſſariam eſſe credimus. Neque enim vim maximam habere videntur hæc quæ vulgo afferri ſolent, nempe: Natura ſemper eſt uniformis; ex iiſdem ſeminibus eædem oriuntur plantæ, eadem naſcuntur animalia; novæ non generantur corporum ſpecies. Porro, inquiunt Newtoniani, ſi dura non ſint materiæ elementa, jam vehementiſſimis frequentiſſimiſque naturæ motibus jactata perpetuo frangerentur. Hinc minime corporum particulæ modo ſubtiliores, modo craſſiores factæ, modo duriores, modo molliores, varias conſtituerent ſpecies, naturæque univerſam faciem perpetuo mutarent. His autem rationibus hæc in promptu eſſe poteſt reſponſio. Ad ſervandam ſpecierum uni-

uniformitatem satis esset minima materiæ elementa nullis frangi viribus *actu* existentibus, quamvis tamen majoribus viribus superari possent. Præterea elementa illa viribus licet naturæ frangenda, suam tamen servare possent propriam unicuique speciei naturam. Itaque argumentum illud supponit quod est in quæstione, nempe specierum diversitatem ex sola partium dispositione pendere; quam quidem hypothesim mox expendemus.

Objic. adversus secundam partem. Per diversam similium particularum coagmentationem & dispositionem simplicius atque elegantius explicatur specifica corporum diversitas. Et quidem infinita propemodum varietate, formam speciemque mutat eadem materiæ portio. Sic metalla liquantur, ignis vi dissolvuntur, corpora fluida imitantur, in minutissimum cinerem rediguntur, in alia transeunt corpora variasque constituunt species. Hanc sententiam confirmare videntur colorati lucis radii prismate vitreo separati; ii enim nullam coloris diversitatem induunt. Quare minima lucis corpuscula quę lcoloratum radium constituunt sibi sunt similia. Ex sola partium dispositione fit ut corpora certos colorum radios reflectant propriumque colorem exhibeant. His positis, sic ratiocinantur plerique physici. Tenenda est sententia illa quæ divinæ simplicitati magis est consentanea, & innumeris experimentis confirmatur; atqui &c. Ergo . . .

Resp. N. Min. Quamvis infinita sit Dei simplicitas perfectissimusque illius operandi modus, exigui tamen ponderis æstimari debent

argu-

argumenta, quæ inde promere solent philosophi, qui divinorum operum simplicitatem atque perfectionem ex limitato atque imperfectissimo nostro intelligendi modo metiri præsumunt. Etenim quæ nobis videntur composita, simplicissima omnino sunt Deo qui omnia unico & simplicissimo intellectus actu cognoscit, itemque unico & simplicissimo voluntatis actu decernit atque exequitur.

Quod reliquas spectat objectionis partes, certum quidem est ex varia partium dispositione pendere plurimas *sensibiles* corporum species; verum quæstio non est de corporum *massis*, sed de minimis *moleculis*, quæ *Elementa* solent appellari. Itaque mixtæ corporum species mutantur quidem, si naturæ vel artis viribus separari vel aggregari possint componentes particulæ. Verum diligentissimis experimentis compertum est immutatas manere corporum species nonnullas, etiamsi vehementius torqueantur, variisque modis utcumque vexentur. Ita ex puriori aqua, nil nisi aquam, ex igne nil nisi ignem elicere valent chymici. Porro etiamsi corpora omnia quæ chymicis physicisque experimentis agitari possunt in varias transirent species, ad minimas corporum moleculas trahi non possent experimenta illa; id ergo multo minus facere licebit, si corporibus quibusdam nulla mutatio vi etiam maxima inferri possit. Quod autem de diversis colorum radiis in objectione adjungitur hoc unum probat, pro varia corporum textura variaque partium dispositione diversos reflecti colorum radios; at inde minime colligitur similia esse radiorum corpuscula. Prolixio-

lixiori responsioni non est hic locus; sed ad colorum doctrinam pertinet. Cæterum licet in tota hac responsione de materiæ *homogeneitate* nihil affirmare velimus, haud potiori jure pronuntiant aliqui philosophi nulla esse nequidem duo similia materiæ elementa. Tali ratiocinatione suam conantur probare opinionem quam *principium indiscernibilium* appellant Leibnitiani. Si duæ sint perfecte similes materiæ portiones ita ut una alteri substitui possit, *cæteris paribus*, jam nulla est ratio cur hæc vel illa hunc vel illum locum occupet; cum ambæ eundem locum occupare potuerint; id vero repugnare ajunt rationis sufficientis principio. At cum hoc principium ita generatim explicatum sæpe sæpius a nobis rejectum fuerit & valide confutatum, non est quod refellendo *indiscernibilium* principio diutius immoremur.

Ex hactenus dictis intelligitur quid sentiendum sit de pervulgatis apud nonnullos Philosophos corporum elementis. Aristoteles quatuor enumerat corporum elemenra, *terram* nempe, *aquam*, *ignem* & *aerem*, ex his autem mixta omnia componi docuit, & requidem ipsa, ex omnibus fere mixtis hęc quatuor corpora vel horum aliqua eliciunt Chymici. At patet elementa illa esse sensibilia duntaxat corporum principia, minime vero tanquam primigenia elementa considerari posse. Idem dicendum est de Chymicorum elementis. Corpus in elementa sua resolvendum, exempli causa, *vinum*, in clibanum mittunt, subjectoque igne, quasdam partes solvunt in vapores qui frigore adden-

sati alio vase excipiuntur, fiuntque liquor acuti saporis quem *Mercurium*, *spiritum* seu *aquam vitæ* appellant. Deinde continuato igne liquorem saporis expertem exprimunt quem *Phlegma* vocant; idque facere pergunt donec glutinosa tantum materia, *Mellis* instar in clibano supersit. Materiam illam glutinosam in ampullam retortam injiciunt, & subjecto igne *Phlegma*, ut prius exprimunt; postea liquorem acidum quem iterum *Mercurium* dicunt; dein liquorem alium minus fluentem in modum olei ignique concipiendo aptum quem *Sulphur* nominant. Postremo quod in ampulla retorta superest comburunt ejusque cineres in cymbium fictile immittunt, admixta aquæ portione, quę cum brevi tempore salis saporem referat, percolando purgatur, remanetque in cymbio fictili pulverulenta quædam & expers saporis terra quam *caput mortuum*, seu *terram damnatam* appellant. Aqua autem limpida alio vase excepta lento igne in vapores solvitur, tumque in fundo vasis superest corpus durum & *friabile*, salis speciem referens quod ideo *Salem* dicunt. Hæc quinque elementa ex vino aliisque corporibus plurimis eruunt chymici, ex corporibus aliis horum elementorum aliqua duntaxat educunt. Hinc ex illis elementis varie permixtis omnem oriri corporum varietatem sibi facile persuadent.

His elementis tria alia substituit Cartesius, qui rem totam hoc modo explicavit, seu potius implicavit. Deus creavit materiam homogeneam, hanc divisit in particulas proxime æquales, tali scilicet modo ut

earum anguli spatium accurate replerent, puta in partes cubicas. Creatam & divisam materiam Deus moveri jussit ea motus quantitate, quam etiamnum eandem invariatam in corporibus perseverare fingit Cartesius; hoc autem motu factum esse ait ut omnes materiæ partes circa centrum commune & singulæ circa proprium revolverentur. Ex hac rotatione mutuoque partium conflictu angulos abradi oportuit, indeque duo prodierunt ramentorum genera; aliud nempe fuit pulvis tenuissimus & agitatissimus, quem materiam *æthream* vocant Cartesiani; aliud autem emersit ex attritis fractisque partibus, sed crassiusculis & ad motum minus idoneis. Tandem partes cubicæ abrasis angulis abierunt in sphæras ad motum maxime accommodatas. Ex his tribus elementis universum dicunt compositum; & quidem materia subtilis solem præsertim constituit nostri systematis planetarii centrum. Secundum elementum constans ex attritis particulis & in rotunditatem conformatis *globulosa* materia dicitur, spatiisque cælestibus replendis destinatur. Tertium denique elementum componit globum terraqueum cæterosque planetas. At materia *subtilis* sive *æthrea* illa est quæ replendis omnibus interstitiis sese citissime accommodat. Verum hoc modo philosophari, fabulari omnino est, atque hinc factum est ut hoc Cartesiani systematis commentum rejiciant severiores Cartesianæ physicæ reformatores. Quod autem spectat materiam æthream, in tota physices serie de ea jam plura diximus. Quia vero materia illa sub sensus cadere

non

non potest, mirum non est quod de hujus materiæ natura & proprietatibus tot hypotheses proferant philosophi, qui conjecturis delectantur. Sed de hujus materiæ usu vel potius abusu sermo deinde sæpius recurret in physica particulari. Cæterum quod in hac quæstione prolixius quidem tractari solita rerumque physicarum copiosissima, brevius egerimus, nemo nos tanquam justo breviores reprehendat; brevissimas enim curtissimasque esse nostras hac in re cognitiones ingenue fatemur.

ARTICULUS IV.

De corporis natura.

I. CUM de universalibus corporum proprietatibus in universa physica generali hactenus disputatum sit; hinc doctrinæ ordo postulat, ut celeberrimam de corporis natura sive essentia quęstionem adgrediamur atque tandem primæ physices parti finem imponamus. Hinc autem caveri maxime debet vocum ambiguitas. Observavimus jam in metaphysica duplicem esse *essentia* significationem; vel enim essentia est *realis*, hoc est, primarium illud attributum ex quo derivari possunt illa omnia attributa, quam quidem essentiam nobis ignotam esse demonstravimus; vel essentia est *nominalis*, collectio nempe omnium attributorum, quæ in re aliqua observantur. Rursus autem attributa vel sunt *essentialia*, vel *universalia* duntaxat; hæc autem duo probe distinguenda sunt; fieri enim potest ut at-

tributa quædam in omnibus corporibus deprehendantur quæ tamen ad ipsam corporum naturam non pertineant, sed pro mera naturæ lege haberi debeant. His præmissis quæ quidem in metaphysica atque etiam in logica accurate explicavimus, jam *corpus*, sive *materiam* definire licet *substantiam* quæ explicatas in Physica generali proprietates habet. Illas autem proprietates uno, ut ita dicam, oculi ictu contemplari iterumque revocare operæ pretium est.

II. In præcedenti definitione notandum est diligenter, corpus dici *substantiam sensibilem*; hinc enim consideramus tantum corpus *physicum*, nihilque de simplicissimis & inextensis materiæ elementis affirmare audemus. Et quidem si elementorum naturam investigantes, ea extensa esse dicamus, nihil prorsus dictum videtur; rursus enim elementa illa alias haberent partes aliaque elementa. Si autem ea extensa non esse dicamus, res videtur absurda; qui enim intelligi potest id quod extensum non est extensionem aliquam constituere? Respondere quidem posset Leibnitianus extensionem velut *phænomenum* habendam esse: verum hypothesis illa, de qua frequens mentio jam ante incidit, precaria omnino est, totaque innixa sufficientis rationis principio, quod sæpe sæpius impugnavimus. Alii autem & quidem percelebres viri corporis nomine intelligunt punctorum systema pro diversis viribus attractivis & repulsivis per varia spatii *realis* loca, ad diversas distantias dispositum, ut antea explicavimus. In hac scilicet opinione nullus est contactus *immedia-*

tus, nulla *continuitas* vera & accurata, sed *relativa* duntaxat & *apparens*. Et certe a nobis persæpe creditur continuitas vera quę procul dubio est apparens. Si enim corpora quædam ad talem inter se distantiam constituta sint, ut sub angullo 16" minori videantur, in corpus unicum perfecteque continuum coalescere oculis apparent.

Verum hæc opinio tota fundatur in ipsa continuitatis lege, quam quidem in omnibus corporibus & in minimis materiæ elementis accurate demonstratam esse, nemo affirmabit. Quæ cum ita sint, præsens quæstio difficultatis, & *periculosa plena alea* nobis videntur; quare ab ullo hac in re judicio nobis abstinendum esse existimamus, subtilioremque controversiam sagacioribus ingeniis relinquimus. Unum observare satis erit nihil omnino esse in his opinionibus quod fidei vel leviter contrarium reprehendi possit; inter animas & corpora essentiale & intrinsecum semper manebit discrimen in his duobus positum, quod materia sit sensibilis & cogitationis ac voluntatis incapax; at spiritus neque sensus nostros afficiunt neque possunt non cogitare aut velle. Nec quis sibi persuadeat Metaphysicis detrahi desumptum ex materiæ extensione argumentum, quo scilicet validissime probant materiam cogitare non posse; totam enim vim retinet argumentum, etiam si corpus physicum constet ex simplicissimis & inextensis elementis. Si autem elementa conjuncta cogitare non possint, ea quoque seorsim cogitare repugnat. Hæc autem omnia comparari debent cum iis quæ de animæ spiritua-

litate in metaphysicis institutionibus fuse & magno rationum pondere explicavimus.

III. Iisdem fere difficultatibus obnoxia est gravissima alia de *impenetrabilitate* controversia, an scilicet ad corporis essentiam proprietas illa pertineat. Et quidem si extensio inter essentiales corporis proprietates numerari non debeat, jam nihil absurdi videtur quod plures corporis partes eundem occupent locum: id quidem præter universales naturæ leges & corporum omnium proprietates, ac proinde non sine miraculo contingeret: at immutabili corporum essentię minime repugnaret. Simili ratione si admittantur in minimis & simplicissimis materię elementis vires quædam ad certos limites repulsivæ, ex quibus oriatur impenetrabilitas; illæ quidem vires pro naturæ legibus haberi debent, quas proinde leges supremus naturæ auctor suspendere & immutare potest, ideoque ad corporum essentiam non pertinent; cum essentias rerum immutabiles omnino esse & necessarias demonstratum sit in metaphysica. Nec minus difficilis atque implicata evadit quæstio in hypothesi Leibnitiana juxta quam *extensio*, *locus*, *spatium* pro meris phænomenis haberi debent, ac proinde & pro mero phœnomeno haberi etiam posset impenetrabilitas quæ ex notione loci omnino pendet. Igitur in hac hypothesi, extensio & impenetrabilitas sunt proprietates corporum *relativæ* duntaxat, non *absolutæ* & *essentiales*. Sed quidquid sit de quæstionibus illis nulla ingenii subtilitate unquam fortasse solvendis, certissimum est inter universales cor-

po-

poris naturalis proprietates recensendam esse impenetrabilitatem.

IV. Quod spectat corporum vires, *gravitatis* scilicet, *attractionis* & *inertiæ*; illarum quidem virium effectus in rerum natura constanter observamus; sed quid sint vires illæ, an ad ipsam corporum essentiam pertineant nobis omnino ignotum fatemur; eas velut universales corporum proprietates habere nobis satis sit; in nostris enim institutionibus physicis effectus præsertim consideramus, eosque calculo, quantum nobis licet, æstimamus, quod quidem sæpe vos monitos voluimus. Probe autem observari debet virium illarum notio, neque credendum est sibi mutuo repugnare vim inertiæ & vim attractionis. Re quidem vera, si omnes materiæ partes sese mutuo attrahant, jam nulla erit perfecta quies in rerum natura, idque etiam verum erit in ipsa Peripateticorum sententia. Etenim secundum Peripateticos, cælestia omnia corpora quæ intuemur in perpetuo sunt motu & centrum gravium in ipso telluris centro positum est, ac proinde necessum est ad cujusvis lapidis jactum, equilibrio nonnihil mutato, totam telluris molem commoveri. Id quidem vi inertiæ contrarium videri posset; corpora enim tenderent ad motum. Verum dum dicimus per vim inertiæ corpora manere in quiete, seclusa vi qualibet impressa, res intelligenda est de quiete *apparente*; atque hinc patet qua ratione intelligi debeat *quiescibilitas* inter naturales materiæ proprietates numeranda. Neque tamen dicendum est materiæ motum esse necessarium; cum

enim vim quamlibet motricem materiæ indiderit supremus rerum omnium Auctor, hanc eandem vim pro arbitrio potest auferre & corpora hac proprietate exuere. Tandem patet in iis quæ hactenus explicavimus contineri etiam *figurabilitatem*, quæ ex mutua attractione viriumque varietate pendet; sed monuisse oportet *vis* nomine nihil aliud a nobis intelligi nisi effectum aliquem. Itaque corpus naturale merito definivimus substantiam sensibilem octo universalibus jam recensitis proprietatibus præditam. Probe autem notandum est proprietates illas a nobis dici *universales*, non *essentiales*. Si quis igitur corpus consideraret, omissa ex his proprietatibus aliqua, is quidem *incompletam* haberet corporis notionem, nec tamen essentiale aliquod corporis attributum prætermisisse dici posset.

V. Ex his quæ in hoc articulo explicavimus, lux fortasse aliqua accedere potest iis quæ de *materia*, *forma*, & *privatione* obscure tradunt plerique *scholastici*. Affirmant scilicet omnium corporum principium esse materiam *primam*, formam, & privationem. Materiam primam definiunt, *quod neque est quid, neque quantum, neque quale, neque quicquam eorum quibus ens denominatur*. Hæc autem definitio ita potest intelligi ut materiam *indeterminate* & *abstracte* consideratam significet, non attenta illius forma: Verum ut fiat corpus aliquod *determinatum*, *formam substantialem* adjungi oportet; vocant autem formam substantialem id per quod singulæ corporum species a se invicem differunt. Hæc autem omnia licet a veteribus Philoso-

ſophis paulo obſcurius dicta, cum recentiorum opinionibus componi fortaſſe poſſent. Etenim ſi in corporibus admittamus vires quaſdam *motrices*, *attractivas* ſcilicet & *repulſivas*, ex quibus oriatur ſpecifica corporum differentia, vires illas pro formis ſubſtantialibus haberi minime repugnat. Et quidem illas *ſuſtantiales* appellari nihil abſurdum eſt; etenim cum diverſa motus directio, diverſaque velocitas vi motrice diverſa generentur; mutationes illæ conſiderari poſſunt tanquam *modi*, qui proinde ad ſubſtantiam aliquam referri debent; atque hinc contingit ut vires motrices tanquam modorum ſubjectum ac proinde tanquam ſubſtantiæ appareant; qua de cauſa formæ ſubſtantiales ſatis apte appellari potuerunt. Hanc explicationem a veteri philoſophia non longe aberrare colligitur ex ipſa formæ ſubſtantialis definitione; hanc enim his verbis definiunt Peripatetici: *Actus primus ſubſtantialis unum per ſe cum materia conſtituens*; *principium motus & quietis per ſe & non per accidens*. Ex qua definitione oritur alia forma quam *accidentalem* dicunt, quæ nihil aliud eſt quam *modificatio contingens*. Tandem quod ſpectat *privationem*, hoc vocabulum fecerunt Peripatetici, ut diſtinguerent corpus *factum* & *actuale*, ſeu ut dicunt *in facto eſſe*, a corpore *faciendo* quod vocant *in fieri*; corporis actualis duo diſtinguunt principia: materiam & formam. At corporis in fieri tria principia admittunt, materiam, formam, & privationem. Et quidem formam ſubſtantialem præcedere debet privatio. Hæc pauca de veteris ſcholæ opinio-

nionibus sine ullo partium studio observatæ sint ut antiquos philosophos a recentiorum quorumdam reprehensione vindicemus; aliqui enim recentiores nihil fere in veteri philosophia inveniunt, quod non rideant, & Peripateticorum opinionibus sua non magis solida & probata substituunt dogmata, seu potius figmenta. Aristotelem virum fuisse ingenio excellentem satis demonstrant plurima illius opera, quibus sane non parum honoris & gloriæ detraxerunt aliqui interpretes. At non sine maxima recentiorum injuria negari posset, in effectuum observatione & cognitione longe feliciorem & locupletiorem esse hodiernam Physicam, quamvis post longam sæculorum seriem circa effectuum causas nihil fere plus scire datum sit, nec fortasse dabitur unquam, donec rerum effectuumque omnium causam D. O. M. æternum intueamur.

APPENDIX

De quibusdam capitis præcedentis utilitatibus.

I. Amplissimam meditationum Philosophicarum copiam suppeditat caput præcedens: ex multis pauca utiliora seligemus. De summa corporum porositate perpetuisque effluviis sermonem habuimus; hinc vero occasionem nacti, quotidianas corporis nostri mutationes & vicissitudines contemplabimur. Accuratissimis observationibus compertum habuit Sanctorius, ex octo alimentorum libris quas quis quotidie sumeret,

ret, quinquagesimam circiter partem in corporis substantiam converti. Sumpta igitur quinquagesima parte 8 libr. provenient $5\frac{3}{25}$ semiunciæ quas scilicet singulis diebus acquirimus ac proinde per anni spatium corpori nostro accedunt 58 libr. $12\frac{4}{5}$ semiunciæ, hoc est, plusquam tertia pars totius corporis; tantumdem ergo per continuam dissipationem de corporis substantia decedere debet; alioqui in enormem excresceret molem. Jam vero si jactura eum in modum sese haberet ut vetustissima corporis materia primum abiret, deinde quæ proxime minus vetusta est, & sic per gradus ad recentissimam usque, manifestum est ita omnino dissipari corporis nostri substantiam, ut post tres annos, nihil vetustæ materiæ superstes esset; alia plane ejus locum occupante. At quoniam veteres succedentesque particulæ simul pro ratione utriusque quantitatis promiscue expelli debent, fieri non potest ut omnis materia in auras avolet, etiamsi mille annos homo viveret. Rem exemplo illustrabimus. Ponatur vas aquæ plenum, continens 150 libras, ex quibus hauriantur $5\frac{3}{25}$ semiunciæ, & loco haustæ aquæ infundantur vini puri semiunciæ $5\frac{3}{25}$. Sequenti die ex hoc mixto detrahantur iterum semiunciæ $5\frac{3}{25}$, & dein adjiciantur $5\frac{3}{25}$ vini puri & ita deinceps singulis diebus per annum integrum; quæritur quantum aquæ & quantum vini post annum

futurum sit. Problematis hujus solvendi modum indicabimus, 150 libræ aquæ conficiunt 4800 semiuncias ex quibus detractis $5\frac{3}{25}$ semiunciis aquæ & iterum effusa æquali quantitate vini puri, remanent in vase $4794\frac{22}{25}$ semiunciæ aquæ cum $5\frac{3}{25}$ semiunciis vini permixtæ. Jam si secundo die ex hac mixtura rursus detrahas $5\frac{3}{25}$ semiuncias & tantumdem vini puri adjicias, illæ semiunciæ detractæ $5\frac{3}{25}$ non ex aqua pura constabunt, sed tantillum vini continent, quod in eadem proportione erit ad aquam ut $5\frac{3}{25}$ ad $4794\frac{22}{25}$, id est, numerus semiunciarum aquæ residuæ post secundam detractionem erit tertius proportionalis ad 4800 & $4794\frac{22}{25}$, quod quidem evidens est. Simili ratione, tertio die detractis ex mixto semiunciis $5\frac{3}{25}$, patet numerum semiunciarum aquæ residuæ esse quartum proportionalem ad 4800 & $4794\frac{22}{25}$, & ita porro. Ergo completo anno, scilicet post 365am extractionem, residuæ aquæ pondus habebitur sumendo 366am proportionalem ad 4800 & $4794\frac{22}{25}$, seu evehendo $4794\frac{22}{25}$ ad 365am potestatem & dividendo per numerum 4800 itidem ad 364am potestatem evectum, quod quidem laboriosissimum per plures menses calculum postularet. At rem per *logarithmorum* tabulas

com-

compendiose absolvunt Algebristæ, inveniuntque post completum annum remansuras in vase $3251\frac{2}{5}$ semiuncias aquæ ideoque $1548\frac{4}{5}$ semiuncias vini. Exemplum ad præsentem casum transferatur. Aquæ puræ 150 libræ repræsentent materiam ex qua corpus componitur $5\frac{3}{25}$: semiunciæ vini puri quotidie infusi referant novam materiam corpori nostro singulis diebus additam, erit materia vetus semiunciarum $3251\frac{1}{5}$ seu libr. 101, semiunciarum $19\frac{2}{5}$; nova autem substantia erit libr. 48, semiunciarum $12\frac{4}{5}$. Itaque corpus humanum tertiam fere substantiæ partem post annum integrum amittet, & protracto calculo invenitur elapso decennio superstitem futuram esse duntaxat partem quinquagesimam. Prætermittendum tamen non est a nobis positum fuisse omnes corporis partes æquabiliter & uniformiter dissipari; quanquam certissimum sit ossium dissipationem multo lentiorem esse quam partium fluidarum. Sed quidquid sit, ex his saltem manifestum est in corporibus nostris velocissimam mutationem contingere, atque huic perpetuæ vicissitudini obnoxias quoque esse durissimas corporis nostri partes; & quidem nullum est in corpore animali os tam durum, tam compactum, quod non nutriatur, ac proinde, quod non mutetur & partem sui amittat novamque recuperet.

Ecquis non mirabitur omnipotentem Dei manum, quæ in corporis nostri structura, tot subtilissima disposuit instrumenta ad nutritio-

tionem & evaporationem necessaria? At singulos ætatis humanæ gradus diversosque corporis nostri status paulo attentius contemplemur. In puerili ætate partes sunt tenellæ, viscosæ, aqua abundant, infinitisque canaliculis perforatæ, quos quidem canaliculos in ossibus, membranis, cartilaginibus, vasorum tunicis, tendinibus & in cute ipsa demonstrant injectiones anatomicæ. Hinc fit ut vis quæ in corpore animali motus principium est, quæcumque sit vis illa, molliores partes facilius extendat. Progressu temporis robustiores fiunt partes atque confirmantur, in adulta scilicet ætate; atque id tandiu fit, donec tandem extendendis solidis haud amplius satis sint cordis vires. Attamen facile adhuc flexibilis manet *cellularis* textura, multis in locis pinguedinem sanguinemque admittit; hinc pinguiores fiunt adulti ad certum usque tempus, nec tamen crescunt. Provecta ætate textura cellularis fit crassior, rigescunt senum ossa, cartilagines in ossa convertuntur, vasa excretoria comprimuntur, minima orificia clauduntur, secretiones minuuntur, sanguis exsiccatur, & in singulis corporis partibus terrestrem veluti humorem deponit. Hinc partes omnes duriores observantur, hinc crustæ osseæ in ipsis arteriis, in ossium superficie & maxime in vertebris deprehenduntur. His gradibus ad senectutem mortemque ipsam pergimus, solvitur tandem fragilis hæc corporis nostri machina iterum reparanda & ad meliorem æternamque vitam revocanda.

II. *Resurrectio mortuorum*, inquit S. Augu-

gu-

gustinus Serm. 150. *pracipua fides Christianorum*. Et quidem, *statutum est hominibus semel mori, post hoc autem judicium*, ait S. Paul. ad Hebr. 9. Itaque cùm increduli quidem impiique homines, ex iis quæ num. præc. diximus plurima objiciant resurrectionis dogmati contraria, hinc officii nostri partes esse duximus sanctum illud Religionis decretum spei timorisque plenum à cavillationibus vindicare. Quomodo, inquiunt, eæ corporis particulæ quę per insensibilem transpirationem assidue evanescunt, in idem corpus iterum coalescent; illæ eædem particulæ in alia corpora, in aliorum hominum substantiam transeunt; objectioni vim addere conantur, fingendo hominum corpora ab animalibus carnivoris vel anthropophagis hominibus absorpta. Qua ratione fieri poterit ut unusquisque carnem suam repetat atque revocet? cum unius hominis caro in carnem alterius transmigravit. Porro quamvis *corporum resurrectio solius divina potestatis opus sit, cujus causas & rationem temere quis investigaret*, ait Athenagoras de mortuorum resurrectione, everti tamen debent argumenta quibus fidem nostram oppugnare conantur Religionis hostes. Igitur quamvis corporis nostri materia per insensibilem transpirationem avolaverit & in belluæ carnivoræ aut barbari hominis substantiam transiverit, Deus eandem discernet & corpori cujus erit restituet. Particulæ omnes quæ ab ortu ad mortem usque corpus nostrum per diversas ætates compegerunt, nobiscum non resurgent; tunc enim

epor-

enormis magnitudinis monstra excitaremur, Deus eam nobis restituet quam ipse decrevit magnitudinem, de qua quidem magnitudine nihil Fides docet. Nihil autem a ratione alienum est, imo ratio ipsa demonstrat Deum omnipotentem dispersas materiæ particulas, quæ uniuscujusque hominis substantiam per totum vitæ decursum componebant, colligere & eligere posse atque in eam quam jubet magnitudinem revocare: *Ita modificabitur illa in unoquoque materies ut nec aliquid ex ea pereat, & quod alicui defuerit ille suppleat, qui etiam de nihilo potuit quod voluit operari*, ut ait S. Augustinus in Enchiridio cap. 90. Quamvis ergo mortuorum resurrectio & omnes quæ ad eam pertinent mutationes *divinæ sunt potestatis opus* altissimumque mysterium, id tamen rationi minime contrarium est & certa fide tenendum omnes homines in propria carne resurrecturos, ante divini judicis tribunal constituendos, ut probi donentur præmio, improbi autem supplicio mancipentur.

III. Quamvis in adorando Eucharistiæ Sacramento potentiæ, amoris & benevolentiæ thesauros effuderit & explicaverit Christus Dominus, non desunt tamen ingratissimi impiissimique homines, qui ad oppugnandum illud divinæ bonitatis mysterium, in disputationibus philosophicis de corporum natura ineptissimas cavillationes quærunt & audacissime jactitant. Cavendum quidem est ne sacrosancta Religionis mysteria curiosius scrutari atque explicare præsumant philosophi; si enim opinio aliqua aut theo-

lo-

logica aut philosophica mysterii rationem ita afferat ut nullum fidei locum relinquat, hæc statim rejicienda est atque detestanda. At omnes ingenii sui vires intendere debent religiosi verique philosophi ut sanctissima Fidei dogmata ab impiorum hominum conatibus defendant, eaque supra rationem esse, non tamen rationi contraria, ostendant. Quatuor sunt argumenta philosophica quæ Novatores maxime jactare solent. 1. *Corpus Christi simul esse in pluribus locis*: 2. *Corpus Christi veras non habere corporis proprietates, non esse quantum, locum non occupare*: 3. *Accidentia panis & vini remanere post factam consecrationem sine subjecto*: 4. *Accidentia illa habere omnes proprietates substantiæ*. Ex illis objectionibus duæ pertinent ad corpus Christi, duæ aliæ ad accidentia; quæ quidem omnes ex dictis de corporis natura facile refelluntur. Quod duas priores objectiones spectat; patet rationi contrarium non esse illum existendi modum quo Christum in Eucharistia existere certa fide docemur. Etenim de ipsa corporis essentia non consentiunt inter se philosophi; imo plurimi apud ipsos Novatores cultissimi doctissimique Physici extensionem & impetrabilitatem ad corporis essentiam non pertinere sine ulla dubitatione affirmant; in qua quidem sententia duæ priores objectiones evanescunt. Certissimum omnino est corpus Christi in Eucharistia suam habere *quantitatem*; nempe partes revera sunt diversæ & extra se invicem; alioqui non esset corpus humanum. At quantitas illa

quam

quam habet corpus Christi in Eucharistia dicit quidem extensionem partium *in ordine ad se*, seu per eam quantitatem fit ut pars sit extra aliam partem; sed non dicit extensionem *in ordine ad locum*, hoc est, per eam non fit ut pars occupet locum. Igitur corpus Christi in Eucharistia nec *definitive*, nec *circumscriptive* continetur; non quidem definitive; nam corpus Christi contineri definitive sub *speciebus*, est ita sub illis existere ut non sit alibi, quod repugnat Fidei quæ docet Christum esse in cælis & in hostiis consecratis. Neque continetur circumscriptive; nam contineri circumscriptive est respondere variis spatii partibus, cum non habeat extensionem impenetrabilem. Ille quidem existendi modus nullum in rebus creatis exemplum habet & miraculis plenus est, ac proinde merito vocatur *sacramentalis*, seu modus qui soli Sacramento conveniat. At modum illum existendi absurdum non esse & divinæ omnipotentiæ ac rationi non repugnare patet ex iis quæ de extensione, impenetrabilitate, loco, & spatio, fuse disseruimus.

Quod spectat *accidentia*. Accidentium nomine intelligunt panis & vini qualitates, *colorem*, *quantitatem*, *saporem*. Eæ autem qualitates remanent in Eucharistia, iis afficiuntur sensus nostri, facta consecratione. Qualitates illæ a Concilio Later. IV vocantur: *Panis & vini species:* a Concilio Constantiensi dicuntur: *Accidentia panis & vini*: Concilium Tridentinum, Lateranensis Concilii phrasim retinuit. Observandum est du-

duplicem a Peripateticis distingui *quantitatem*; aliam *internam*, *externam* aliam. Primam dicunt partes *entitativas* & *substantiales* quæ ita sunt de essentia corporis, ut iis sublatis destruatur corpus. Hæc quantitas corpus extendit in ordine ad se, hoc est, partes entitativas alias extra alias ita constituit, ut entitas partis unius tota sit extra entitatem partis alterius & tamen omnes in eodem loco reperiantur. Quantitas externa nihil est aliud quam extensio sensibilis quæ partes jam extensas in ordine ad se, extendit in ordine ad locum. Hæc Peripateticorum opinio aliqua ex parte convenit cum hypothesi Leibnitiana quæ corporum partes ab ipsa extensione distinguit, sed extensionem sensibilem velut merum phœnomenum, non tanquam aliquid substantiale aut accidens absolutum admittit. De fide est accidentia remanere sine subjecto *substantiali* panis & vini; at de fide non est ea non habere subjectum aliquod accidentale. Accidentia manere ajunt plerique Theologi in panis & vini quantitate *externa* scilicet, quæ remanet in Eucharistia consecrata, & quantitatem illam aliasque sensibiles qualitates *accidentia absoluta* appellant, eo quod sine ullo subjecto maneant. Novam opinionem excogitavit aut saltem maxime illustravit atque amplificavit Magnanus noster. Species sensibiles quas *intentionales* vocat, non aliud esse docet quam actionem ipsam objectorum in sensus. Cum autem in Eucharistia non supersit panis substantia, in sensus illa agere non potest;

teft; fed Deus per feipfum foloque imperio fupplet actionem fubftantiæ panis, facta in fenfibus noftris eadem *modificatione* five impreffione quam panis ante confecrationem producebat. Unum hic diligenter monere oportet, Concilia Lateranenfe, Florentinum, & Tridentinum *accidentium* nomen non ufurpaffe, fed *fpecierum*. Quæ cum ita fint, catholica Fide certum ac definitum non eft accidentia abfoluta ad fidem pertinere; fed hoc certiffime tenendum eft, totam panis & vini fubftantiam converti feu transfmutari in corpus & fanguinem Chrifti; fpecies vero feu accidentia remanere fidei auctoritate & fenfuum judicio indubitatum eft; verum quid fint & in quo confiftant fpecies illæ Ecclefia non pronuntiavit. Quamobrem dum Synodus Conftantienfis damnavit hanc wicleffi propofitionem: *In Euchariftia non manent accidentia fine fubjecto*, cenfent Theologi cenfuram non cadere in accidentia, fed in accidentium fubjectum, fcilicet in fubftantiam panis & vini quam fupereffe dicebat wicleffus. Quod autem nutritionem fpectat, refponderi folet vel Deum aliam fubftituere materiam qua corpora nutriantur, vel per fe corpora noftra fuftentare, qui enim corpora ex nihilo produxit, poteft haud dubie illa fuftentare ac nutrire. Itaque ex his omnibus concludere licet facrofanctum Euchariftiæ myfterium incomprehenfibile quidem effe & ineffabile, non tamen a divina omnipotentia & ratione alienum. Quare hanc appendicem abfolvemus Con-

cilii

cilii Tridentini verbis seff. 13. cap. 1. ubi sermo est de ratione qua Christus est in Eucharistia: *Etsi eam verbis exprimere vix possimus, possibilem tamen esse Deo, nosque cogitatione per fidem illustrata assequi eam posse & constantissime credere debere*: quæ quidem verba non de hoc Sacramento tantum, sed de aliis omnibus fidei nostræ mysteriis sancte tenenda sunt.

F I N I S.

IN-

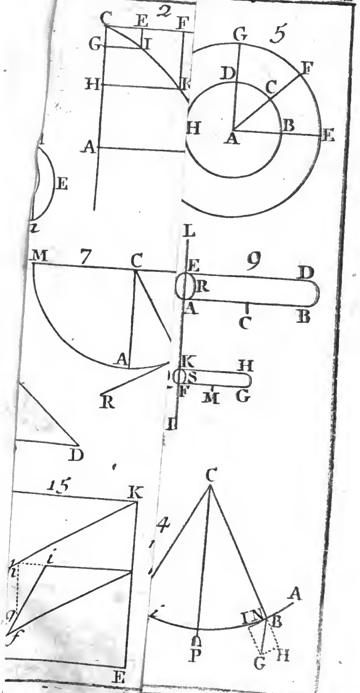
INDEX
IN UNIVERSAM PHYSICAM.

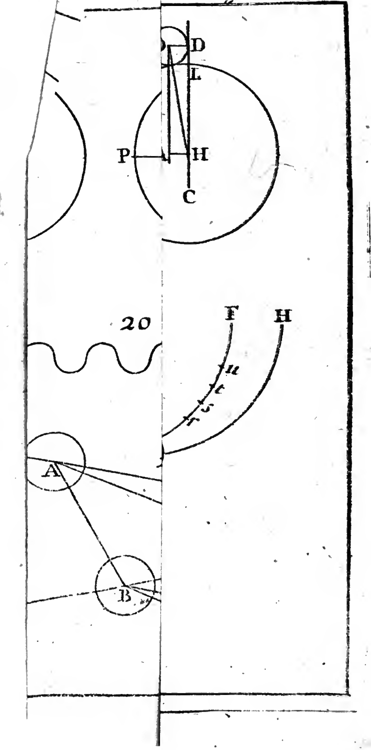
PROŒMIUM.

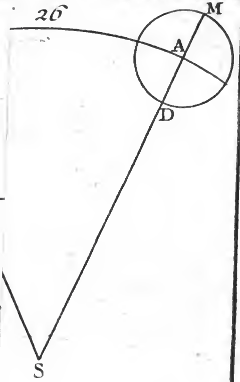
PARS PRIMA PHYSICES.

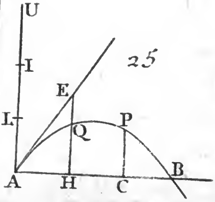
Concl.

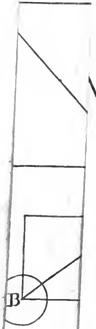
Se-


2
C E F
G I
H K
A
5
G D F C
H A B E
E
M 7 C
A
R
L
E 9 D
R
A C B
K H
S
F M G
D
15 K
i
E
C
4
A
I N B
P G H


D
L
P
H
C
20
F
H
u
t
s
r
A
B


26
M
A
D
S


25
U
I
E
L
Q
P
B
A
H
C


B